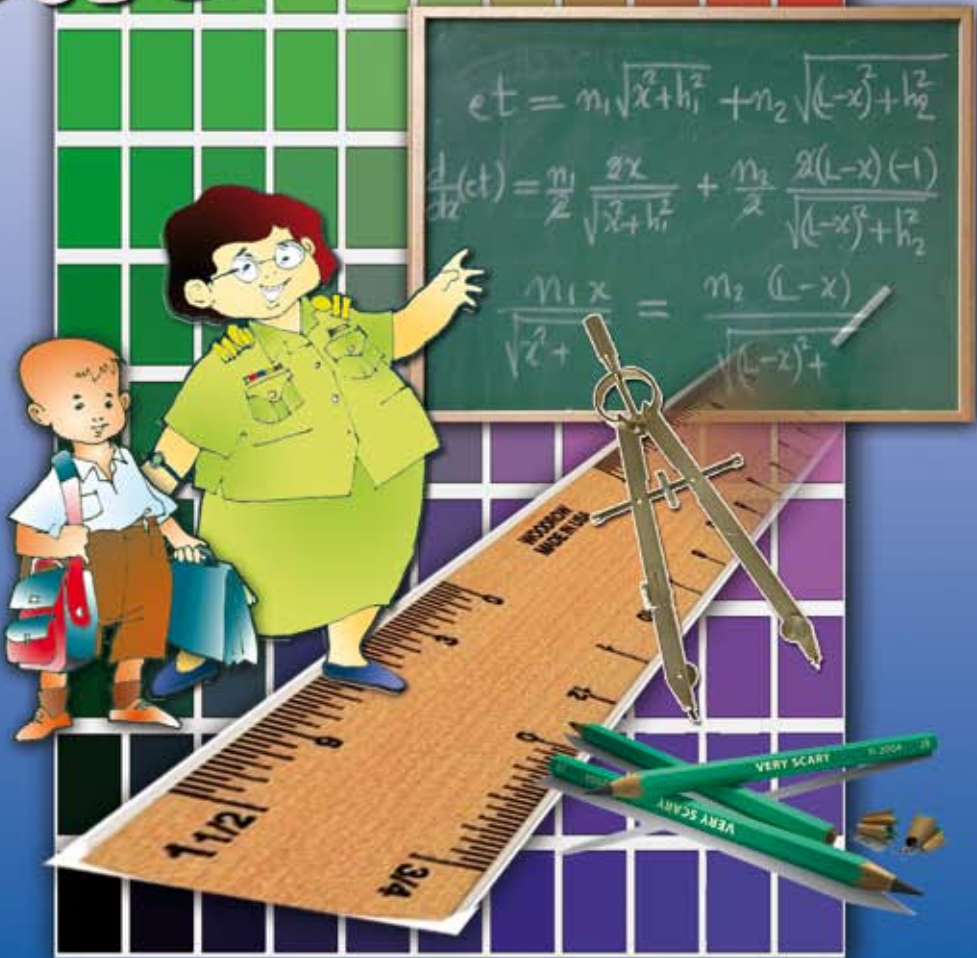


“ ยุทธวิธีช่วยคิด  
คณิตศาสตร์ ”



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขึ้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ





“**ยุทธวิธีช่วยคิด  
คณิตศาสตร์**”



สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ

ชื่อหนังสือ      ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์

พิมพ์ครั้งแรก    จำนวน 2,000 เล่ม

จัดพิมพ์โดย     สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

ISBN                978-616-202-278-4

ลิขสิทธิ์เนื้อหาและภาพ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ

เรียบเรียง        กลุ่มวิจัยและพัฒนาองค์กรแห่งการเรียนรู้  
สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

พิมพ์ที่             โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด  
79 ถนนงามวงศ์วาน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900  
โทร. 0-2561-4567 โทรสาร 0-2579-5101  
นายโชคดี ออสุวรรณ ผู้พิมพ์ผู้โฆษณา พ.ศ. 2552

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา  
กลุ่มวิจัยและพัฒนาองค์กรแห่งการเรียนรู้  
โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล

## 1 นาทีกับ สพฐ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน มีนโยบายพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา โดยมอบให้สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา ดำเนินงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล เพื่อส่งเสริมและพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี สู่มาตรฐานสากล สำหรับกิจกรรมโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล ดำเนินงาน 2 มิติ คือ มิติแรก : เป็นการส่งเสริมสนับสนุนการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ และมิติที่สอง : เป็นการพัฒนาต่อยอดจากการแข่งขันสู่การพัฒนาวัตกรรมการเรียนการสอน

เอกสารความรู้ “ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” เป็นเอกสารเสริมความรู้สำหรับครูผู้สอน นักเรียน และผู้สนใจ ได้ศึกษาและเลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่มีความหลากหลายอย่างสมเหตุสมผล และสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้จัดทำเอกสารความรู้ “ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” เพื่อเผยแพร่เป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโอกาสนี้ ขอขอบคุณคณะทำงานที่ร่วมแรงร่วมใจผลิตและพัฒนา ซึ่งเป็นผลจากการดำเนินงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล และขอขอบคุณหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ที่ได้นำเรื่องราวในเอกสารเล่มนี้ไปเผยแพร่ใช้ประโยชน์พัฒนาการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาเด็กไทยให้ก้าวไกลสู่เวทีโลก

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

มีนาคม 2553

## บทนำ

เอกสารความรู้คณิตศาสตร์ “ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” เป็นความตั้งใจอีกบทหนึ่งในการนำเสนอแนวทาง วิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสำนักพัฒนาวัตกรรมการจัดการศึกษา โดยคณะทำงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล ได้แปล เรียบเรียง ทดลองใช้ และเผยแพร่เป็นแนวทางหนึ่งในการช่วยครูผู้สอนนักเรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิดคณิตศาสตร์ และสามารถประมวลความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลาย

เอกสาร “ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” ประกอบด้วยวิธีการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้แก่ ยุทธวิธีการการวาดภาพ (Draw a Picture) การหาแบบรูป (Find a Pattern) การคิดแบบย้อนกลับ (Work Backwards) การสร้างตาราง (Make a Table) การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) การทำในรูปอย่างง่าย (Solve a Simple Problem) การเลือกยุทธวิธี (Choose a Strategy) และตอนท้ายของเอกสารได้นำเสนอตัวอย่างโจทย์คณิตศาสตร์คิดสร้างสรรค์ (Creative Mathematics)

สำนักพัฒนาวัตกรรมการจัดการศึกษา ได้พัฒนาต่อยอดเชื่อมโยงเรื่องราวจากโครงการแข่งขันทางวิชาการสู่การพัฒนาวัตกรรมการเรียนการสอน ด้วยการวิเคราะห์ผลการคัดเลือกนักเรียนไปแข่งขันทางวิชาการระดับนานาชาติ และผลจากการจัดกิจกรรมการแข่งขันทางวิชาการระดับเขตพื้นที่การศึกษา การจัดกิจกรรมการแข่งขันทางวิชาการระดับประเทศ ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลาย จึงได้ศึกษาเอกสารความรู้เกี่ยวกับเทคนิค วิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นเอกสารทั้งในประเทศและต่างประเทศ และได้แปล เรียบเรียง นำไปทดลองสอนนักเรียนระดับประถมศึกษา ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากทม. เขต 1-3 เพื่อปรับปรุงด้านภาษา เนื้อหา จากนั้นได้นำไปใช้ในการอบรมเชิงปฏิบัติการให้กับครูผู้สอนคณิตศาสตร์โรงเรียนอนุบาลจังหวัดทั่วประเทศ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน แล้วนำข้อมูลมาปรับปรุงด้านเนื้อหา ภาษา อีกครั้งหนึ่ง จากนั้นนำมาเผยแพร่เป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หากท่านได้นำไปใช้แล้วมีข้อแลกเปลี่ยนเพิ่มเติม กรุณาส่งข้อเสนอแนะได้ที่ สำนักพัฒนาวัตกรรมการจัดการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตามที่อยู่เอกสารเล่มนี้

โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล  
สำนักพัฒนาวัตกรรมการจัดการศึกษา



## สารบัญ

	หน้า
1 นาฬิกา กับ สหส. บทนำ สารบัญ	
ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์ คืออะไร	1
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 1 การวาดภาพ (Draw a Picture)	3
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 2 การหาแบบรูป (Find a Pattern)	9
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 3 การคิดแบบย้อนกลับ (Work Backwards)	19
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 4 การสร้างตาราง (Make a Table)	25
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 5 การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)	32
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 การทำในรูปอย่างง่าย (Solve a Simple Problem)	37
ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 7 การเลือกยุทธวิธี (Choose a Strategy)	43
Creative Mathematics	54
เฉลย Creative Mathematics	58
แบบฝึกหัดท้ายเล่ม	63
หนังสืออ้างอิง	94



“**ยุทธวิธีช่วยคิด**  
**คณิตศาสตร์**”





## ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์ คืออะไร

คำว่า “ยุทธวิธี” (ยุทธ-ทะ-วิ-ที)

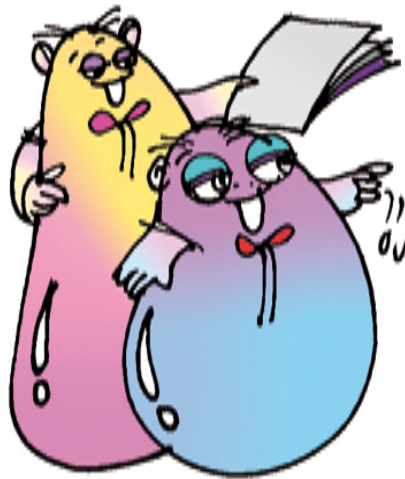
ความหมายตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542 เป็นคำที่บัญญัติให้ตรงกับคำว่า Tactics ในภาษาอังกฤษ หมายถึง วิธีที่จะใช้ในการต่อสู้กับศัตรูที่อยู่ตรงหน้า เป็นการปฏิบัติการรบจริงในการต่อสู้กับศัตรู เราจำเป็นต้องมีทั้งอาวุธที่มีศักยภาพ มีทักษะในการต่อสู้ รู้กำลังและความสามารถของข้าศึก โดยผู้ที่เข้ารบต้องใช้ทั้งกำลังและความสามารถในการรุก รบ และตั้งรับข้าศึกด้วยกำลังสติปัญญา ความรู้ และประสบการณ์ทั้งหมดที่มีอยู่ รวมทั้งกลยุทธ์และความรู้ทางจิตวิทยา เพื่อให้ฝ่ายตนมีขวัญและกำลังใจรบจนได้ชัยชนะในที่สุด

คำว่า “ยุทธวิธี” (ยุทธ-ทะ-วิ-ที)

ความหมายตามเอกสารเล่มนี้ หมายถึง วิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา เป็นการประมวลความรู้ ความสามารถ ประสบการณ์และเลือกวิธีการที่ดีที่สุดมาแก้ปัญหา โดยไม่มีระเบียบกฎเกณฑ์ที่ตายตัว จากขั้นที่ 1 สู่ขั้นที่ 2 สู่ขั้นที่ 3 เสมอไป...

“ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” เอกสารเล่มนี้ หมายถึง วิธีการหรือแนวทางที่นำมาช่วยแก้โจทย์ปัญหา หรือหาคำตอบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลาย โดยใช้ความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้จินตนาการทางความคิดมาสร้างสรรค์การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ยุทธวิธีที่นำมาใช้จะมีวิธีการที่เป็นแบบฉบับของแต่ละยุทธวิธี ผู้ที่จะนำไปใช้สามารถเลือกได้ตามความถนัด ไม่มีระเบียบกฎเกณฑ์ที่ตายตัว จากขั้นที่ 1 สู่ขั้นที่ 2 สู่ขั้นที่ 3 ...เสมอไป “ยุทธวิธีช่วยคิดคณิตศาสตร์” ที่นำเสนอในเอกสารเล่มนี้ ประกอบด้วย

- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 1 การวาดภาพ (Draw a Picture)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 2 การหาแบบรูป (Find a Pattern)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 3 การคิดแบบย้อนกลับ (Work Backwards)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 4 การสร้างตาราง (Make a Table)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 5 การเดาและการตรวจสอบ (Guess and Check)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 การทำในรูปอย่างง่าย (Solve a Simple Problem)
- ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 7 การเลือกยุทธวิธี (Choose a Strategy)





## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 1 การวาดภาพ (Draw a Picture)

**การวาดภาพ** หมายถึง การวาดรูปภาพเหมือน หรือวาดรูปเรขาคณิต สามมิติ รูปสองมิติ หรือแถบเส้น หรือเส้น แทนสถานการณ์หรือเรื่องราวที่โจทย์กำหนดให้เพื่อทำให้เราเห็นแนวทางการหาคำตอบ หรือแนวทางการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

เอ็มมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง วันจันทร์เขาใช้ไป 450 บาท  
และวันอังคารใช้ไป  $\frac{2}{5}$  ของเงินที่เหลือ  
ทำให้เขาเหลือเงินคิดเป็นครึ่งหนึ่ง  
ของเงินที่มีอยู่เดิม เดิมเอ็มมีเงินอยู่ที่บาท

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

มีขั้นตอน 2 ประการ คือ

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

เดิมเอ็มมีเงินกี่บาท

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เอ็มมีเงินจำนวนหนึ่ง

วันจันทร์ใช้ไป 450 บาท

วันอังคารใช้ไปอีก  $\frac{2}{5}$  ของเงินที่เหลือ

ทำให้เหลือเงินครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่เดิม



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เราจะเขียนแถบเส้นหรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนสถานการณ์ของโจทย์ โดยพิจารณาจาก  $\frac{2}{5}$  ของที่เหลือ แสดงว่า เงินที่เหลือของเอ็มถูกแบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วใช้ไป 2 ส่วน และโจทย์ยังบอกว่าเหลือเงินครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่เดิม แสดงว่าการที่ใช้ไป 450 บาทนั้น เท่ากับ 1 ส่วน จึงจะทำให้ที่เหลือเป็นครึ่งหนึ่ง หรือ  $\frac{3}{6}$

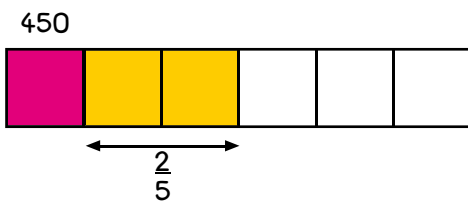


### 3 ลงมือแก้ปัญหา

เขียนแถบเส้นแล้วแบ่งแถบเส้นนั้นออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน



จากโจทย์ “เขาใช้ไป 450 บาทในวันจันทร์ และ  $\frac{2}{5}$  ของเงินที่เหลือในวันอังคาร”



แสดงว่า 1 ส่วน เท่ากับ 450 บาท

6 ส่วน เท่ากับ  $450 \times 6 = 2,700$  บาท



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

1 ส่วน = 450 บาท

เหลือเงิน  $2,700 - 450 = 2,250$  บาท

นำมาแบ่งเป็น 5 ส่วน แต่ละส่วนเท่ากับ  $2,250 \div 5 = 450$  บาท

ใช้ 2 ส่วน เท่ากับ  $450 \times 2 = 900$  บาท

รวมใช้เงิน  $450 + 900 = 1,350$  บาท

เหลือเงิน  $2,700 - 1,350 = 1,350$  บาท

แสดงว่า คำตอบที่ได้ สมเหตุสมผล ถูกต้อง



## โจทย์ฝึกฝน

1. วิทยุราคาคิดเป็น 60% ของราคาเครื่องพิมพ์ดีดไฟฟ้า โดยเครื่องพิมพ์ดีดไฟฟ้าราคาแพงกว่าวิทยุ 2,480 บาท ให้หาราคาวิทยุและเครื่องพิมพ์ดีดไฟฟ้าว่าแต่ละเครื่องราคาเท่าไร

2. ยอดมีปากกาสีน้ำเงินและปากกาสีดำ จำนวนปากกาสีน้ำเงินต่อจำนวนปากกาสีดำเท่ากับ 8 : 5 ถ้าปากกาสีน้ำเงินมีจำนวนมากกว่าปากกาสีดำ 12 ด้าม ให้หาจำนวนปากกาทั้งหมดว่ามีกี่ด้าม

3. หมูและไก่นับรวมกันได้ 10 ตัว นับขา รวมกันได้ 32 ขา มีหมูกี่ตัว

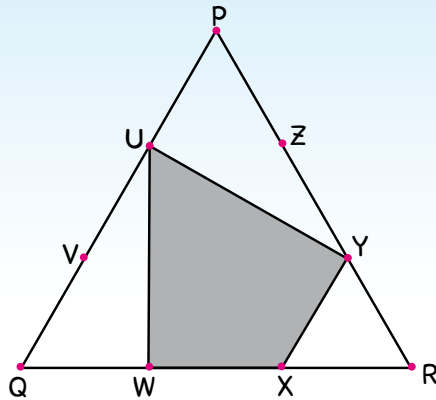
4. เหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทมีทั้งหมด 12 เหรียญ คิดเป็นเงิน 80 บาท มีเหรียญห้าบาทกี่เหรียญ

5. ปุ๋ยชนิด A มีราคาสูงกว่าปุ๋ยชนิด B อยู่ 50 บาท ถ้าปุ๋ยชนิด A 4 ถุง ปุ๋ยชนิด B 1 ถุง ราคา รวมกัน 575 บาท ปุ๋ยชนิด A ราคาถุงละเท่าไร

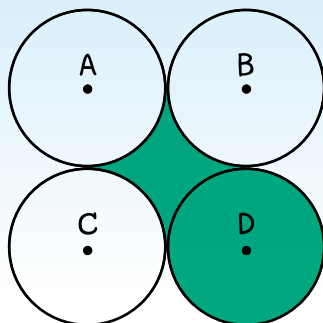
6. ปี 2008 จำนวนลูกไก่ต่อจำนวนลูกเป็ดของฟาร์มแห่งหนึ่งเท่ากับ 4 : 7 และจำนวนลูกเป็ดมากกว่าจำนวนลูกไก่ 690 ตัว ปี 2009 ทางฟาร์มได้ขายลูกเป็ดไป 110 ตัว และซื้อลูกไก่มาจำนวนหนึ่ง ทำให้ลูกไก่ในฟาร์มมี 40% ของจำนวนลูกไก่และลูกเป็ดทั้งหมด ให้หาว่าในฟาร์มนี้ซื้อลูกไก่มากี่ตัวในปี 2009

7. น้ำตาลสองถุงมีขนาดต่างกัน โดยถุงแรกเบาว่าถุงที่สอง 10 กิโลกรัม ถ้า  $\frac{3}{4}$  ของน้ำตาลถุงแรกเท่ากับ  $\frac{1}{3}$  ของน้ำตาลถุงที่สอง น้ำตาลสองถุงหนักรวมกันกี่กิโลกรัม

8. จากรูป PQR เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ที่มีด้านแต่ละด้านยาว 3 หน่วย จุด U V W X Y และ Z เป็นจุดที่แบ่งด้านแต่ละด้านออกเป็น 3 ส่วนเท่ากัน จงหาอัตราส่วนระหว่างพื้นที่แรเงาของรูปสี่เหลี่ยม UWXYZ กับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า PQR เป็นเท่าไร



9. รูปวงกลม A, B, C และ D มีพื้นที่เท่ากันและสัมผัสกันภายนอกตั้งรูป และแต่ละรูปมีความยาวรัศมี 10 เซนติเมตร ให้หาพื้นที่ที่ถูกแรเงว่ามีกี่ตารางเซนติเมตร





## สะท้อนคิด

จงเลือกโจทย์ฝึกฝน เพื่ออธิบายว่าการวาดภาพเพื่อหาคำตอบของ โจทย์ปัญหาทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

---

---

---

---

---

---

---

---



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการวาดภาพและหาคำตอบ

---

---

---

---

---

---

---

---



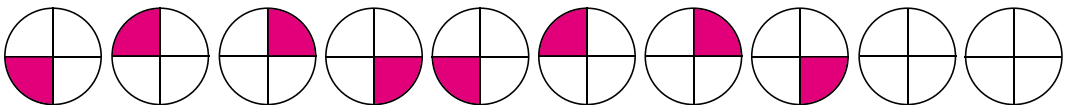


## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 2 การหาแบบรูป (Find a Pattern)

**แบบรูป** อาจเป็นรูปเรขาคณิต หรือชุดของจำนวนที่มีลักษณะเพิ่มขึ้นหรือลดลงเป็นลำดับ หรืออาจจะซ้ำ ๆ กัน การใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปเป็นการหากฎของแบบรูปนั้น ๆ แล้วขยายผลหรือสร้างแบบรูปนั้น ให้มีความสมบูรณ์ก็จะสามารถหาสิ่งต่าง ๆ ในแบบรูปที่หายไปได้

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

นราวิชญ์ ระบายสี 1 ใน 4 ของรูปวงกลมดังรูป  
ถามว่ารูปวงกลมสองรูปต่อไป เขาจะระบายสีอย่างไร  
ให้แสดงให้ดูด้วย



เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

สองรูปต่อไป นราวิชญ์จะระบายสีอย่างไร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

แบบรูปเหล่านี้มีรูปวงกลม แล้วแบ่งออก

เป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน มีสีขาว 3 ส่วน สีดำ 1 ส่วน



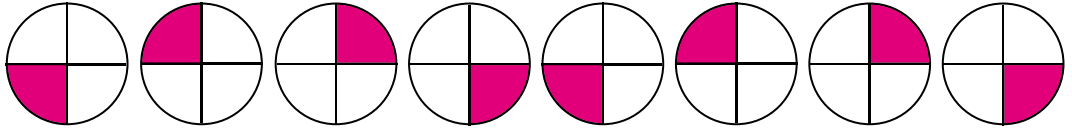
## 2 วางแผนแก้ปัญหา

พิจารณารูปวงกลมที่นราวิชญ์ระบายสีไว้แล้ว เปรียบเทียบส่วนที่ถูกระบายสี และค่อยระบายสีรูปถัดไป โดยการหาแบบรูปภายใต้กฎอะไร

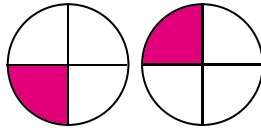


### 3 ลงมือแก้ปัญหา

พิจารณา 8 รูปว่ามีการระบายสีอย่างไร



การระบายสีจะขยับไปที่ละส่วนของ  $\frac{1}{4}$  ของรูปวงกลม ตามเข็มนาฬิกา  
ใช้แบบรูปนี้เขียน 2 รูปถัดไป



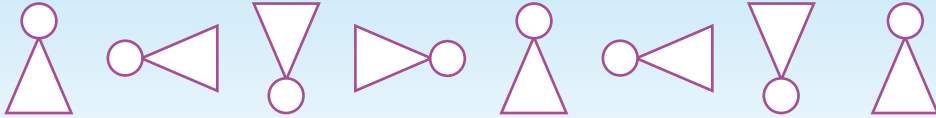
### 4 ตรวจสอบคำตอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่  
ซึ่งจะพบว่า การระบายสีเป็นไปตามกฎคือตามเข็มนาฬิกาขยับไปเรื่อย ๆ



## โจทย์ฝึกฝน

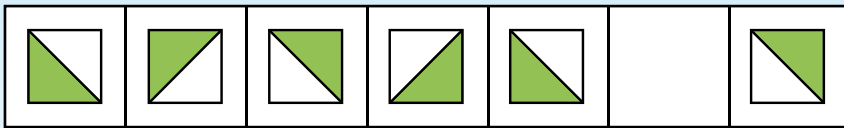
1. รัฐนันท์วาดรูปเรขาคณิตเป็นลำดับ ดังรูป



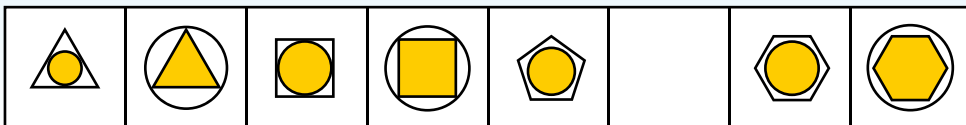
ให้คิดว่าสองรูปถัดไป รัฐนันท์จะต้องวาดอย่างไร

2. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ แล้วเติมรูปในช่องว่างที่ขาดหายไปให้สมบูรณ์

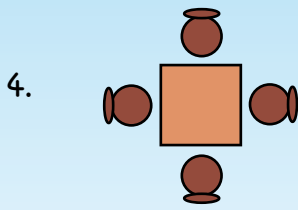
1.



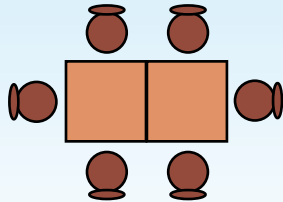
2.



3. 1, 3, 5, 7, 9, ... จากแบบรูปที่กำหนดให้จำนวนคี่ตัวที่ 50 คือจำนวนใด



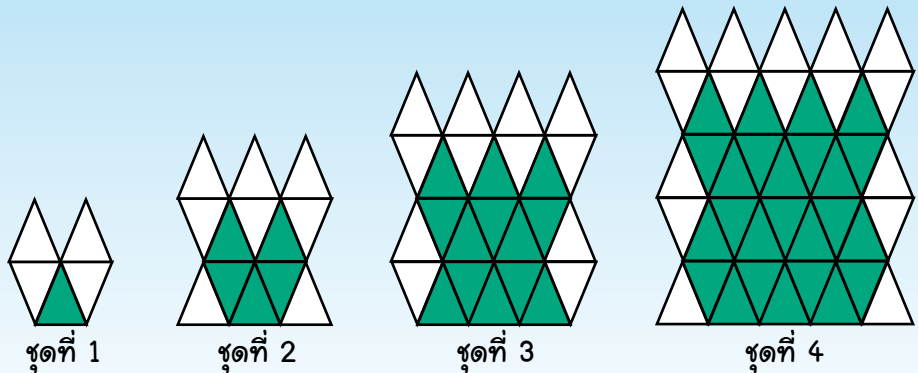
มีโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตัวหนึ่ง จัดเก้าอี้  
นั่งรอบโต๊ะได้ 4 ตัว



แต่ถ้ามีโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองตัววางติดกัน  
จะจัดเก้าอี้นั่งรอบโต๊ะได้ 6 ตัว

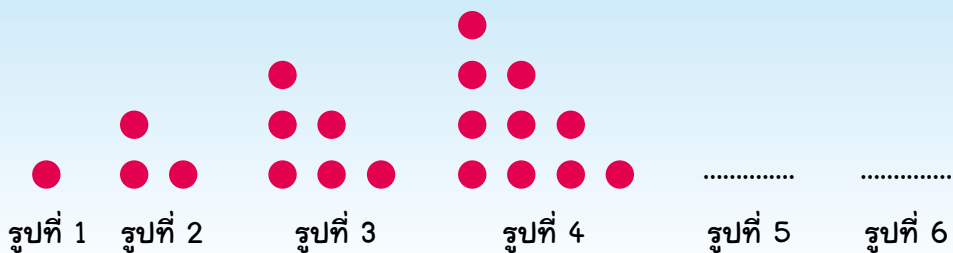
ถ้าจัดโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสติดกันเป็นแถวตามแนวนอนจำนวน 20 ตัว  
จะจัดเก้าอี้นั่งในลักษณะเดียวกันนี้ได้กี่ตัว

5.



ถามว่า ชุดที่ 100 มีรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ถูกแรเงาก็รูป

6. ให้นักเรียนวางตัวนับตามแบบรูปที่กำหนดให้



จงหาจำนวนตัวนับในรูปที่ 10 และหาแบบรูปหรือรูปที่ n

7.

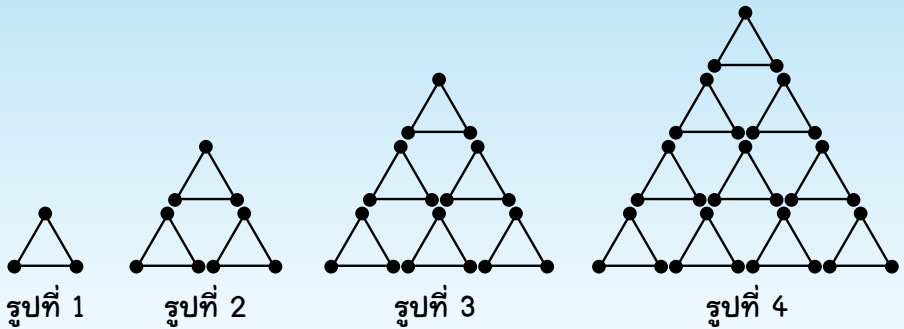
แบบรูปจากปฏิทิน

เดือนมิถุนายน						
อาทิตย์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	เสาร์
				①	2	3
4	5	6	7	⑧	9	10
11	12	13	14	⑮	16	17
18	19	20	21	⑳	23	24
25	26	27	28	29	30	

ให้นักเรียนพิจารณาปฏิทินที่เขียนวงกลมล้อมวันที่ของเดือนมิถุนายน แล้วตอบคำถามดังนี้

- แบบรูปของจำนวนใน ○ ปฏิทิน จำนวนเริ่มต้นคือ.....
- เป็นแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละ.....
- เขียนเป็นแบบรูปของจำนวนได้ดังนี้.....
- จำนวนต่อไปคำนวณได้จากรูปแบบคือ.....
- จากปฏิทินสามารถเขียนแบบรูปของจำนวนในแต่ละวันที่เป็นจำนวนนับ ได้อย่างไรบ้าง.....

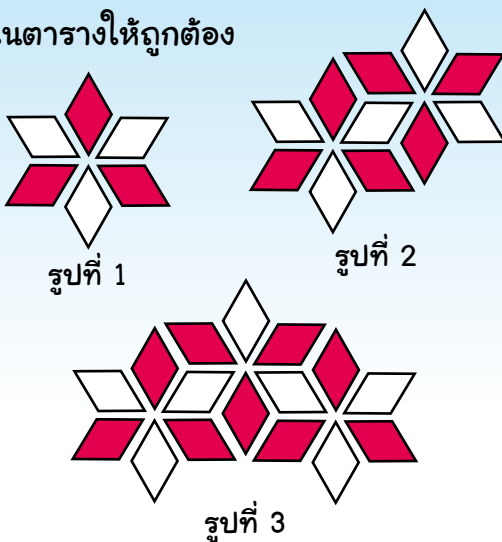
8.



จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงเติมจำนวนส่วนของเส้นตรง จำนวนรูปสามเหลี่ยม และจำนวนจุดลงในตารางให้ถูกต้อง

	จำนวนส่วนของเส้นตรง	จำนวนรูปสามเหลี่ยม	จำนวนจุด
รูปที่ 1	3	1	3
รูปที่ 2	9	3	9
รูปที่ 3			
รูปที่ 4			
รูปที่ n			

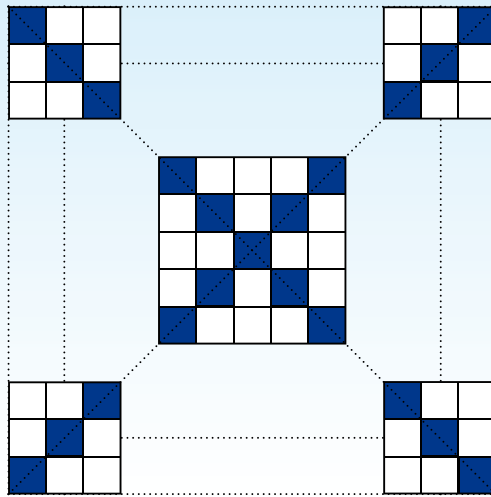
9. จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมจำนวนรูปที่ระบายสีและไม่ระบายสีลงในตารางให้ถูกต้อง



	ระบายสี	ไม่ระบายสี
รูปที่ 1		
รูปที่ 2		
รูปที่ 3		
รูปที่ 4		
รูปที่ n		

10. หนังสือเล่มหนึ่งมีจำนวนหน้าไม่เกิน 500 หน้า ถูกฉีกออกไป 1 แผ่น ผลบวกของเลขหน้าทั้งหมดที่เหลืออยู่มีค่าเท่ากับ 19,905 จงหาว่า ผลบวกของเลขหน้าทั้งสองของแผ่นที่ถูกฉีกออกไปเป็นเท่าใด

11. ปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแผ่นเล็ก ๆ ลงบนพื้นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นลวดลายสลับขาวน้ำเงินดังรูป โดยกระเบื้องแผ่นที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมทั้งสองแนวเป็นกระเบื้องสีน้ำเงิน ที่เหลือเป็นกระเบื้องสีขาว ถ้านับจำนวนกระเบื้องสีน้ำเงินได้ทั้งหมด 101 แผ่น จะมีกระเบื้องสีขาวทั้งหมดกี่แผ่น



12. มีเชือกยาวเส้นหนึ่งนำมาพับครึ่งเส้นทาบกันไปเรื่อย ๆ เป็นจำนวนทั้งสิ้น 8 ครั้ง แล้วใช้กรรไกรตัดตรงกลางของเชือกที่พับทบกันแล้วนั้นให้ขาดออก ถามว่า จะได้เชือกที่ถูกตัดขาดเป็นส่วน ๆ จำนวนทั้งหมดกี่เส้น



13.

$$1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

.....

.....

.....

ถ้าแบบรูปของสมการข้างบนนี้ยังคงต่อเนื่องในลักษณะเดิมไปเรื่อย ๆ  
จงหาจำนวนสุดท้ายของบรรทัดที่ 80 (ตัวอย่างเช่น จำนวนสุดท้ายของ  
บรรทัดที่ 3 คือ 15)



## สะท้อนคิด

จงเลือกโจทย์ฝึกฝนเพื่ออธิบายว่าการหาแบบรูปเพื่อหาคำตอบของ โจทย์ปัญหา ทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

---

---

---

---

---

---

---

---



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปและหาคำตอบ

---

---

---

---

---

---

---

---



### ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 3 การคิดแบบย้อนกลับ (Work Backwards)

**การคิดแบบย้อนกลับ** เราต้องเริ่มคิดจากข้อมูลสุดท้ายแล้วดำเนินการตามลำดับทีละขั้นตอนเพื่อหาข้อมูลเริ่มต้น

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

เฉลิมพลกับปฎลมีแผนจะไปล่องเรือวันนี้  
ซึ่งตารางเรือออกจากท่าเวลา 14.00 น. เขาต้องใช้เวลาเตรียมตัว  
25 นาที ใช้เวลาเดินทางจากบ้านถึงท่าเรือ 45 นาที  
ถามว่าเฉลิมพลและปฎลออกจากบ้านเวลาใด  
จึงจะไปถึงท่าเรือก่อนเรือออกจากท่า 5 นาที

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

เฉลิมพลและปฎลออกจากบ้านเวลาใด

จึงจะไปถึงท่าเรือก่อนเรือออกจากท่า 5 นาที

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เรือออกจากท่าเวลา 14.00 น.

ใช้เวลาเตรียมตัว 25 นาที

ใช้เวลาเดินทาง 45 นาที



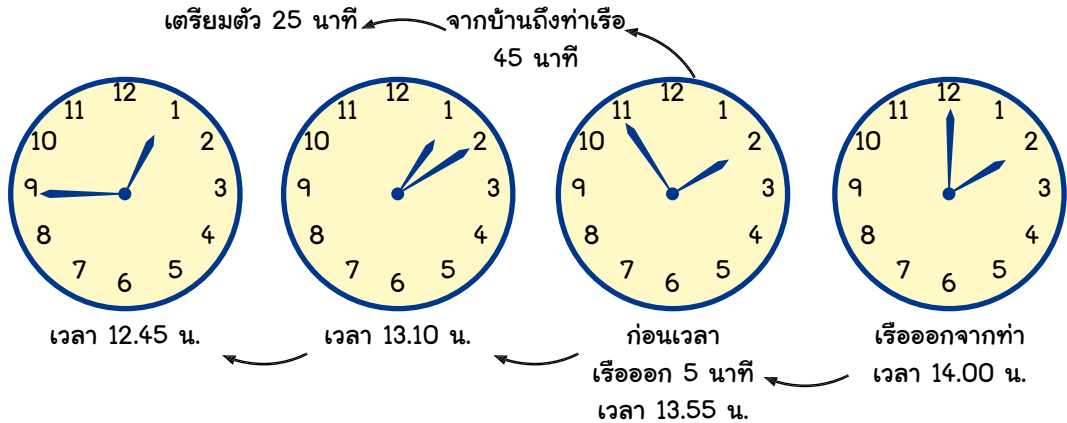
## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เขียนรายการทั้งหมดที่ทั้งสองคนทำก่อนไปท่าเรือ เขียนเวลาที่ใช้ แล้วคิดแบบย้อนกลับจากเวลาที่เรือออกจากท่า 5 นาที เพื่อหาเวลาเริ่มต้น



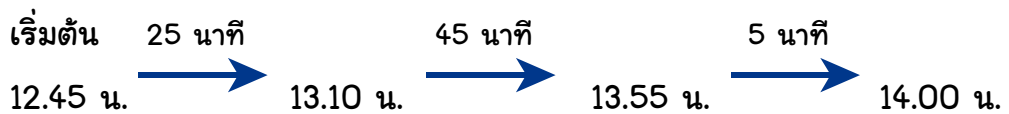
### 3 ลงมือแก้ปัญหา

นาฬิกาเรือนสุดท้ายแสดงเวลาที่เรือออกจากท่า แล้วคิดย้อนกลับ



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

คิดจากเวลาออกจากบ้านที่เป็นคำตอบของปัญหาแล้วเพิ่มเวลาที่ใช้ไปจนถึงเวลา 14.00 น. ดังนี้



สรุปได้คำตอบที่ถูกต้อง สมเหตุสมผล



## โจทย์ฝึกฝน

1. การแข่งขันวอลเลย์บอล จะเริ่มเล่นเวลา 10.00 น. ทงบต้องการไปให้ทันชมการแข่งขัน โดยที่ทงบต้องใช้เวลาเดินทางจากบ้านถึงสนามแข่งขันประมาณ 1 ชั่วโมง และใช้เวลาเตรียมตัวก่อนออกเดินทาง 30 นาที ทงบต้องออกจากบ้านเวลาใด จึงจะไปทันชมการแข่งขันวอลเลย์บอล

2. ยอดใช้เวลากินข้าวกลางวัน 35 นาที ใช้เวลาวาดรูปด้วยสีน้ำมัน 1 ชั่วโมง และใช้เวลาอ่านหนังสือ 30 นาที เสร็จทั้งสามกิจกรรมนี้แล้วปรากฏว่าเป็นเวลา 15.00 น. ถามว่าเวลาที่หยุดเริ่มกินข้าวเวลาใด

3. ในระหว่างการก่อสร้างโครงการหนึ่ง มีสามบริษัททำร่วมกันคือ A, B และ C ซึ่งทั้งสามบริษัทกำลังขาดแคลนรถแทรกเตอร์ จึงใช้วิธีช่วยเหลือกันโดยการให้ยืมรถแทรกเตอร์ซึ่งกันและกันตามความจำเป็น ครั้งแรก A ให้ B และ C ยืมรถแทรกเตอร์มาเท่ากับจำนวนที่แต่ละบริษัทมีอยู่ ต่อจากนั้น B ให้ A และ C ยืมรถแทรกเตอร์มาเท่ากับจำนวนที่แต่ละบริษัทมีอยู่แล้ว ต่อจากนั้น C ให้ A และ B ยืมรถแทรกเตอร์มาเท่ากับจำนวนที่แต่ละบริษัทมีอยู่แล้ว หลังจากการให้ยืมปรากฏว่าทั้งสามบริษัทมีรถแทรกเตอร์อยู่บริษัทละ 24 คันเท่า ๆ กัน ถามว่ารถแทรกเตอร์ที่แต่ละบริษัทมีอยู่ตั้งแต่แรกมีบริษัทละกี่คัน

4. ป้อมมีแสดตมปีจำนวนหนึ่ง เธอให้น้องชายไป 37 ดวง ให้น้องสาวไป 18 ดวง แต่ก็ได้รับจากเพื่อนมา 25 ดวง ทำให้ขณะนี้ป้อมมีแสดตมปี 112 ดวง เดิมป้อมมีแสดตมปีกี่ดวง

5. ใจดีมีลูกอมจำนวนหนึ่ง เขาแบ่งให้พอใจไปครึ่งหนึ่งและแถมให้อีก 3 เม็ด แล้วแบ่งให้พอติครึ่งหนึ่งของที่เหลือและแถมให้อีก 5 เม็ด ต่อจากนั้น แบ่งให้เพียงพอไปครึ่งหนึ่งของที่เหลือและแถมให้อีก 9 เม็ด สุดท้ายใจดีเหลือลูกอม 2 เม็ด เดิมใจดีมีลูกอมกี่เม็ด

6. เด็ก 3 คน ได้แก่ A, B และ C มีเหรียญรวมกันได้ 21 เหรียญ ถ้า A นำเงินของตนเองไปให้ B 2 เหรียญ B นำเงินของตนเองไปให้ C 3 เหรียญ C นำเงินของตนเองไปให้ A 1 เหรียญ จะทำให้ทุกคนมีจำนวนเหรียญเท่ากัน ถ้ามว่า A, B และ C เดิมมีเหรียญคนละกี่เหรียญ

7. นักเรียนสิบคนเป็นนักสะสมแสดตมปี นักเรียน 6 คนแรกมีแสดตมปีเฉลี่ยคนละ 32 ดวง ถ้านำแสดตมปีของนักเรียนคนที่ 7, 8 และ 9 มารวมด้วย จะมีแสดตมปีเฉลี่ยคนละ 42 ดวง ถ้าคนที่ 10 มีแสดตมปี 10 ดวง นักเรียนคนที่ 7, 8, 9 และ 10 มีแสดตมปีเฉลี่ยคนละกี่ดวง



## สะท้อนคิด

การสะท้อนคิดนั้นเป็นการสะท้อนการได้มาของผลลัพธ์ โดยการสะท้อน  
ในด้านการคิดย้อนกลับเพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

จงเลือกโจทย์ฝึกฝนเพื่ออธิบายว่าการคิดแบบย้อนกลับเพื่อหาคำตอบของ  
โจทย์ปัญหา ทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการคิดแบบย้อนกลับและหาคำตอบ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....





## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 4 การสร้างตาราง (Make a Table)

**การสร้างตาราง** จะช่วยเราในการจัดระบบของข้อมูลเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างชุดของข้อมูลและทำให้ง่ายต่อการคำนวณหรือหาคำตอบ โดยอาจมีการขยายตารางเพื่อแก้ปัญหานั้น

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

อุทัยพนเลี้ยงปลา จึงต้องมีหน้าที่คอยเลี้ยงดูเอาไว้ใส่  
อยู่ 3 เรือong ได้แก่ ต้องให้อาหารปลาทุก ๆ 3 วัน  
ล้างตู้ปลาทุก ๆ 8 วัน และใส่สารเคมีเพื่อปรับสภาพน้ำทุก ๆ 4 วัน  
วันนี้อุทัยพนทำงานทั้ง 3 อย่างนี้พร้อมกัน  
อีกกี่วันเขาจึงจะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันอีก

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

อีกกี่วัน เขาจึงจะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันอีก

ประการที่สอง: เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

อุทัยพนให้อาหารปลาทุก ๆ 3 วัน

เขาต้องล้างตู้ปลาทุก ๆ 8 วัน และ

เขาต้องใส่สารเคมีทุก ๆ 4 วัน



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกให้ยุทธวิธีการสร้างตารางมาแก้ปัญหานี้ทำโดยสร้างตารางเป็นสามแถว และแต่ละคอลัมน์จะบอกจำนวนวันของภาระงานแต่ละอย่าง ขยายตารางไปจนกว่าจำนวนในแนวตั้งของแต่ละแถวมีค่าเดียวกันเป็นครั้งแรก ซึ่งก็คือจำนวนที่อุทัยพนจะต้องทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันอีก



### 3 ลงมือแก้ปัญหา

สร้างตารางออกเป็น 3 แถวตามแนวนอน ส่วนจำนวนช่องตามแนวตั้ง  
ขึ้นกับข้อมูลที่เกิดจำนวนที่เท่ากัน

ให้อาหาร	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
ล้างตู้ปลา	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
ใส่สารเคมี	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

จากตาราง จะพบจำนวนน้อยที่สุดที่เป็นตัวคูณร่วมของทั้งสามแถว  
จำนวนนั้นคือ 24 ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามข้อนี้

จำนวนน้อยที่สุดที่เป็นตัวคูณร่วมของทั้งสามแถวคือ 24

∴ อุทัยพนจะทำงาน 3 อย่างนี้พร้อมกันต้องใช้เวลามาก 24 วัน



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การหาร  
ดังนี้

$$24 \div 3 = 8, 24 \div 8 = 3 \text{ และ } 24 \div 4 = 6$$



## โจทย์ฝึกฝน

1. อริสาเลี้ยงนกขุนทองไว้จำนวนหนึ่ง เธอต้องให้อาหารเม็ดทุก ๆ 2 วัน เปลี่ยนถัวยน้ำทุก ๆ 3 วัน และทำความสะอาดทุก ๆ 5 วัน วันนี้อริสาทำงานทั้ง 3 อย่างนี้พร้อมกัน อีกกี่วันเธอจึงจะทำงานพร้อมกันเช่นนี้อีกครั้ง

2. ณัฐนิชาไปเที่ยวชายทะเล เธอเก็บเปลือกหอย 10 ชิ้นในวันจันทร์ และเก็บ 6 ชิ้นในแต่ละวันตั้งแต่วันอังคารถึงวันศุกร์ วันศุกร์ณัฐนิชาเก็บเปลือกหอยได้รวมทั้งหมดกี่ชิ้น

3. ในร้านขายของชำแห่งหนึ่งมีขนมราคาแตกต่างกันอยู่ 3 ชนิด ชนิดที่หนึ่งราคาชิ้นละ 2 บาท ชนิดที่สองราคาชิ้นละ 5 บาท และชนิดที่สามราคาชิ้นละ 10 บาท วันหนึ่งมีแม่และลูกชายเข้ามาซื้อของในร้านแห่งนี้ ลูกชายเห็นขนมและอยากได้ จึงร้องขอให้แม่ซื้อให้ แม่บอกให้ลูกชายเลือกหยิบขนมเองตามใจชอบมา 3 ชิ้น อยากทราบว่า แม่ต้องจ่ายเงินเป็นค่าขนมให้ลูกชายเป็นจำนวนเงินเท่าไรบ้าง

4. อารีเล่นเกมอย่างหนึ่ง 7 เกม จะชนะ 5 เกม ถ้ามว่า ถ้าอารีเล่นเกมแพ้ 12 เกม อารีต้องเล่นเกมทั้งหมดกี่เกม

5. ถ้าโยนลูกเต๋าสองครั้งโอกาสที่จะขึ้นแต้มเลขคู่ทั้งสองครั้งเป็นเท่าไร

6. ในห้องสมุดแห่งหนึ่งมีจำนวนผู้ใหญ่ครึ่งหนึ่งของเด็ก ต่อมาเด็กหญิง 3 คน และเด็กชาย 4 คน ออกไปจากห้องสมุด ทำให้มีผู้ใหญ่มากกว่าเด็กอยู่ 1 คน จงหาว่า เดิมมีคนอยู่ในห้องสมุดกี่คน

7. ปัจจุบันสมพรอายุ 7 ปี พ่ออายุ 55 ปี อีกกี่ปีพ่อจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุสมพร แล้วแต่ละคนมีอายุเท่าไร

8. ฟาร์มเลี้ยงสัตว์แห่งหนึ่งเลี้ยงเป็ดและหมูไว้ เมื่อนับตัวสัตว์รวมกันได้ 80 ตัว ถ้านับขา รวมกันได้ 186 ขา อยากทราบว่า ฟาร์มแห่งนี้เลี้ยงเป็ดไว้กี่ตัว และเลี้ยงหมูไว้กี่ตัว

9. ไฟกะพริบ 3 ดวง ดวงที่ 1 กะพริบทุก 6 วินาที หลังจากไฟดวงที่ 1 กะพริบ อีก 2 วินาที ไฟดวงที่ 2 จะกะพริบ หลังจากไฟดวงที่ 2 กะพริบ อีก 3 วินาที ไฟดวงที่ 3 จะกะพริบไฟทั้ง 3 ดวงกะพริบพร้อมกันครั้งแรกแล้ว จะมีโอกาสกะพริบพร้อมกันอีกหรือไม่ ถ้ากะพริบพร้อมกันอีกเป็นครั้งที่สอง เมื่อเวลาผ่านไปกี่วินาที

10. A เป็นจำนวนนับจำนวนหนึ่งที่มีค่าน้อยกว่า 1,000 ถ้า A ถูกหารด้วย 5 จะเหลือเศษ 4 ถ้าถูกหารด้วย 7 จะเหลือเศษ 2 ถ้าถูกหารด้วย 11 จะเหลือเศษ 6 และถ้าถูกหารด้วย 13 จะเหลือเศษ 9 จงหาจำนวน A ที่มีค่ามากที่สุด ที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขทั้งหมดที่กำหนดให้

11. มีจำนวนเต็มบวกสี่จำนวนที่เรียงติดกันและมีค่าน้อยกว่า 2,005 โดยจำนวนแรกซึ่งเป็นจำนวนที่น้อยที่สุดมีค่าเป็นพหุคูณของ 5 จำนวนที่สองมีค่าเป็นพหุคูณของ 7 จำนวนที่สามมีค่าเป็นพหุคูณของ 9 และจำนวนที่สี่มีค่าเป็นพหุคูณของ 11 จงหาว่า จำนวนแรกคือจำนวนใด





## สะท้อนคิด

จงเลือกโจทย์ฝึกฝนเพื่ออธิบายว่าการสร้างตารางเพื่อหาคำตอบของ  
โจทย์ปัญหา ทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

---

---

---

---

---

---

---

---



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการสร้างตารางและหาคำตอบ

---

---

---

---

---

---

---

---



## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 5 การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)

**การเดาและตรวจสอบ** สามารถเลือกที่จะเดาคำตอบ (Guess) ที่น่าจะเป็นไปได้จากข้อมูลของโจทย์อย่างสมเหตุสมผล จากนั้นให้นำคำตอบที่ได้มาตรวจสอบความถูกต้อง หากไม่ถูกต้องก็จะเดาคำตอบใหม่อีกครั้งโดยใช้ข้อมูลจากการเดาครั้งแรก แล้วตรวจสอบความถูกต้อง หากคำตอบไม่ถูกต้องอีกก็จะย้อนทำการเดา เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

ฉัตรมงคลทำคะแนนการแข่งขันได้เป็น 3 เท่าของธีรวัฒน์  
ถ้าทั้งสองคนทำคะแนนรวมกันได้ 36 คะแนน  
แต่ละคนทำคะแนนได้คนละกี่คะแนน



เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

คะแนนของแต่ละคน

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ฉัตรมงคลทำคะแนนการแข่งขันได้เป็น 3 เท่าของธีรวัฒน์  
ทั้งสองคนทำคะแนนรวมกันได้ 36 คะแนน



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกให้ขุทรวีธีการเดาและตรวจสอบมาแก้ปัญหานี้โดยการเริ่มเดาคะแนนของธีรวัฒน์ แล้วคูณ 3 ให้กลายเป็นคะแนนของฉัตรมงคล แล้วบวกคะแนนทั้งสองคน ทำเช่นนี้จนกว่าจะได้ผลรวมเท่ากับ 36



### 3 ลงมือแก้ปัญหา

เมื่อฉัตรมงคลทำคะแนนการแข่งขันได้เป็น 3 เท่าของธีรวัฒน์ เราก็เริ่มเดาคะแนนของธีรวัฒน์ครั้งแรก เช่น 5

คะแนน ธีรวัฒน์	คะแนน ฉัตรมงคล	คะแนนรวม ธีรวัฒน์ + ฉัตรมงคล
5	$3 \times 5 = 15$	$5 + 15 = 20$

พบว่าคะแนนรวมไม่เท่ากับ 36 และเป็นคะแนนรวมที่น้อยกว่า 36 จึงควรเดาคะแนนของธีรวัฒน์ให้สูงขึ้นกว่า 5

ลองใหม่

คะแนน ธีรวัฒน์	คะแนน ฉัตรมงคล	คะแนนรวม ธีรวัฒน์ + ฉัตรมงคล
9	$3 \times 9 = 27$	$9 + 27 = 36$

พบว่าทำคะแนนรวมเท่ากับ 36 ซึ่งเป็นไปตามที่โจทย์กำหนด คือ ธีรวัฒน์ทำคะแนนได้ 9 คะแนน และฉัตรมงคลทำคะแนนได้ 27 คะแนน



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่ เช่น

ลบคะแนนของฉัตรมงคลจากคะแนนที่รวมกัน 36

คำตอบก็ควรเป็นคะแนนของธีรวัฒน์ คือ  $36 - 27 = 9$  ซึ่ง  $27 = 3 \times 9$

สรุปคำตอบ ฉัตรมงคลทำคะแนนได้ 27 คะแนน

ธีรวัฒน์ทำคะแนนได้ 9 คะแนน



## โจทย์ฝึกฝน

1. มีนักเรียน 21 คนในห้องสมุด นักเรียนหญิงมีจำนวนเป็น 2 เท่าของนักเรียนชาย ในห้องสมุดมีนักเรียนหญิงกับนักเรียนชายอย่างละกี่คน

2. ธนัทมีอายุแก่กว่าวรนาท 5 ปี ถ้าผลรวมของอายุของทั้งสองคนเท่ากับ 27 ปี ธนัทและวรนาทมีอายุคนละกี่ปี

3. ให้เปลี่ยนเลขโดดแทนตัวอักษรในช่องสี่เหลี่ยม ตัวอักษรที่เหมือนกันใช้ตัวเลขโดดตัวเดียวกัน

P	A	T	+
	A	T	
P	T	P	



## สะท้อนคิด

จงเลือกโจทย์ฝึกฝนเพื่ออธิบายว่าการเดาและตรวจสอบเพื่อหาคำตอบ  
ของโจทย์ปัญหา ทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

---

---

---

---

---

---

---

---



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบและหาคำตอบ

---

---

---

---

---

---

---

---

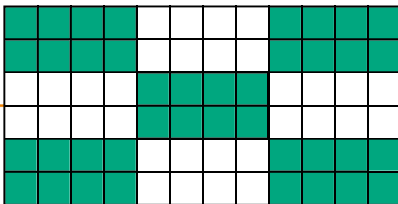


## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 การทำในรูปร่างง่าย (Solve a Simple Problem)

**การทำในรูปร่างง่าย** เป็นวิธีการที่เราแบ่งการหาคำตอบออกเป็น ส่วนย่อย ๆ จากนั้นนำส่วนย่อยนั้นมารวมเป็นคำตอบสุดท้าย

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

พัณรัฐและจตุรภูมิต้องการหาพื้นที่ของกระดาษแผ่นหนึ่ง  
ที่มีความยาว 12 เซนติเมตร และความกว้าง 6 เซนติเมตร



กระดาษแผ่นนี้  
มีพื้นที่ที่กัตารางเซนติเมตร

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

กระดาดแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

กระดาดแผ่นนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

กระดาดแผ่นนี้ถูกแบ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก ๆ

พื้นที่กระดาดมีตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกให้ยุทธวิธีการทำในรูปอย่างง่าย โดยการนับจำนวนตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดเพื่อหาคำตอบ แต่ต้องระวังการนับอย่าตกหล่นหรือนับซ้ำ แล้วนำผลการนับทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นคำตอบของโจทย์ดังนี้



### 3 ลงมือแก้ปัญหา

นับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปย่อ ๆ

แต่ละ 


 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ 8 รูป

มองจากรูปสี่เหลี่ยมรูปใหญ่ที่มีความยาวด้าน 12 เซนติเมตร และด้านกว้าง 6 เซนติเมตร

เราแบ่งออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าย่อย 9 ส่วน จะได้ว่า

พัณรรฐและจตุรภูมิมิกระดาษที่มีพื้นที่  $8 \times 9 = 72$  ตารางหน่วย



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

เป็นการพิจารณาคำตอบที่ได้ ถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

เริ่มโดยใช้การคูณจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละแถว (แนวนอน)

กับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามแนวตั้ง  $12 \times 6 = 72$



## โจทย์ฝึกฝน

1. กิตติพิศ ณิชวนิษา ธนัท และวรมนต์ ใช้โปมมาแกะเป็นตัวหนังสือ โดยแต่ละคนใช้โปมคนละ 2 ตารางนิ้ว ต่อ 1 ตัวพยัญชนะ และ 1 ตารางนิ้ว ต่อ 1 ตัวสระทั้ง 4 คน ใช้โปมทั้งหมดก็ตารางนิ้ว

2. นี่คือภาพแสดงสมบัติแต่ละราคาที่ยกภาคสะสมไว้ เขาสะสมสมบัติไว้ทั้งหมดกี่ดวง

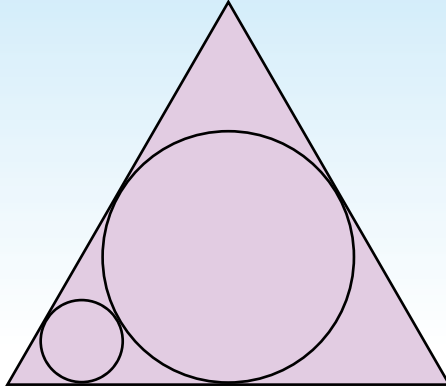
5	1	3	1	5	3	3	5	3	5	5	1
5	1	5	3	1	3	1	3	1	5	3	5
3	1	5	3	1	5	3	5	3	1	5	1

3. อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิงของชั้นเรียนหนึ่ง เป็น 3 : 7 และในวันรับใบประกาศนียบัตรนักเรียนทุกคนในชั้นเรียนแจกรูปถ่ายของตนเองพร้อมที่อยู่ให้เพื่อน ๆ ทุกคน คนละ 1 รูป นับจำนวนรูปภาพได้ทั้งหมด 4,830 คน ชั้นเรียนนี้มีนักเรียนหญิงมากกว่านักเรียนชายกี่คน

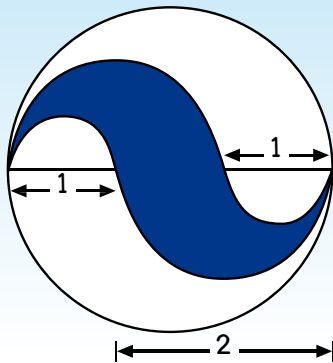
4. ถังใบหนึ่งจุน้ำได้ 2,500 ลิตร ในทุก ๆ วันใช้น้ำวันละครึ่งของน้ำที่เหลือในแต่ละวัน ในวันที่ 9 จะเหลือน้ำคิดเป็นร้อยละเท่าไรของน้ำที่เหลือจากการใช้วันแรก



5. รูปวงกลม 2 วง สัมผัสกันและสัมผัสภายในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  
ดังรูป อัตราส่วนของพื้นที่รูปวงกลมเล็กต่อพื้นที่รูปวงกลมใหญ่เป็นเท่าใด



6. จากรูปที่กำหนดให้ พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับกี่ตารางหน่วย





## สะท้อนคิด

จงเลือกโจทย์ฝึกฝนเพื่ออธิบายว่าการทำในรูปแบบง่ายเพื่อหาคำตอบ  
ของโจทย์ปัญหา ทำได้อย่างไร และช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

---

---

---

---

---

---

---

---



## เสนอปัญหา

ให้เขียนปัญหาเพื่อใช้ยุทธวิธีการทำในรูปแบบง่ายและหาคำตอบ

---

---

---

---

---

---

---

---



## ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 7 การเลือกยุทธวิธี (Choose a Strategy)

**การเลือกยุทธวิธี** เป็นวิธีที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้รวดเร็ว แม่นยำ ถูกต้อง การที่นักคณิตศาสตร์สามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ที่มีความหลากหลายได้นั้น จึงเป็นการมองภาพยุทธวิธีที่กล่าวมาแล้ว และสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีดังกล่าวในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่มีความหลากหลาย

เนื้อหาในตอนนี้จะนำเสนอโจทย์ปัญหา แล้วยกตัวอย่างการเลือกยุทธวิธีที่เรียนรู้มาก่อนหน้านี้มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ (ผู้อ่านอาจเลือกยุทธวิธีที่แตกต่างกันได้)

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

อดิگانต์นำตัวเครื่องบินเล่นสวนสนุก 20 ใบ  
แจกให้เพื่อน 5 คน โดยเธอต้องการแบ่งให้เท่า ๆ กัน  
แต่แต่ละคนจะได้ตัวคนละกี่ใบ

ควรใช้ยุทธวิธีใดมาช่วยในการแก้ปัญหาข้อนี้

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

จำนวนตัวที่แต่ละคนได้รับ

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

อติกานต์มีตัว 20 ใบ

แจกให้เพื่อน 5 คน

อติกานต์ต้องแบ่งให้เพื่อนคนละเท่า ๆ กัน



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

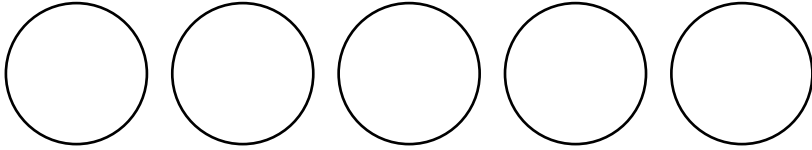
เลือกใช้ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 : การทำในรูปอย่างง่าย

ใช้ตัวนับ 20 ตัว แทนตัว 20 ใบ แล้วนำมาแบ่งออกเป็น 5 กลุ่มเท่า ๆ กัน  
จากนั้นนับตัวนับในแต่ละกลุ่ม

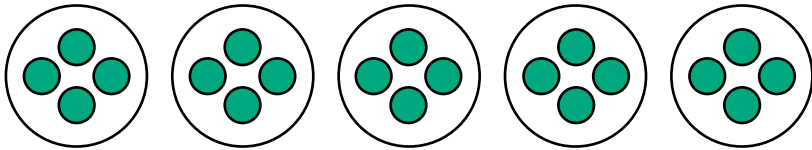


### 3 ลงมือแก้ปัญหา

วาดรูปวงกลมบนกระดาษ 5 รูป แทนบุคคล (เพื่อน) 5 คน



นำตัวนับ 20 ตัว มาแบ่งให้เพื่อน 5 คน คนละเท่า ๆ กัน



จะมีตัวนับ 4 ตัว ในแต่ละรูปวงกลม

∴ แต่ละคนจะได้ตัวคนละ 4 ใบ



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือไม่

รูปวงกลมแต่ละวง มีตัวนับเท่ากันหรือไม่ เท่ากัน

ได้ตัวนับครบทั้งหมด 20 ตัวหรือไม่ ครบ

นำตัวนับแต่ละรูปวงกลมมารวมกันได้

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4 = 20$$

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

ถัซพล กมลภัทร และชานน ริ่งแข่งกันในระยะ 400 เมตร กมลภัทร  
ถึงเส้นชัยคนแรก และชานน ไม่ใช่คนสุดท้าย  
ใครถึงเส้นชัยเป็นอันดับ 1, 2 และ 3

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



### 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ใครถึงเส้นชัยเป็นอันดับที่ 1, 2 และ 3

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

กมลภัทรถึงเส้นชัยคนแรก

ชานนไม่ใช่คนสุดท้าย



### 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 4 : การสร้างตาราง

ใช้ตารางเพื่อบอกชื่อ 3 คน และเขียนอันดับที่ 1, 2 และ 3

แล้วใช้สิ่งที่รู้จากโจทย์มาทำตารางให้สมบูรณ์



### 3 ลงมือแก้ปัญหา

นำข้อมูลมาพิจารณาจากตาราง

	อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3
กมลภัทร	ใช่	ไม่ใช่	ไม่ใช่
ชานน	ไม่ใช่	ใช่	ไม่ใช่
ณัชพล	ไม่ใช่	ไม่ใช่	ใช่

กมลภัทร ต้องถึงเส้นชัย อันดับ 1

ชานน ต้องถึงเส้นชัย อันดับ 2

ณัชพล ก็จะถึงเส้นชัย อันดับ 3



### 4 ตรวจสอบคำตอบ

การตรวจสอบข้อมูลต้องดูทั้งแนวนอนและแนวตั้งว่ากมลภัทรถึงคนแรก และชานนไม่ใช่คนสุดท้าย

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

ป้อมมีลูกฟุตบอล 12 ลูก  
มีลูกเบสบอลมากกว่าลูกฟุตบอล 8 ลูก  
ป้อมมีลูกฟุตบอลกับลูกเบสบอลรวมกันทั้งหมดกี่ลูก

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



### 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ป้อมมีลูกฟุตบอลกับลูกเบสบอลรวมทั้งหมดกี่ลูก

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

ป้อมมีลูกฟุตบอล 12 ลูก

ป้อมมีลูกเบสบอลมากกว่าลูกฟุตบอล 8 ลูก



### 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 1 : การวาดภาพ





### 3 ลงมือแก้ปัญหา

- เราต้องใส่กลุ่มของจำนวนลูกฟุตบอลและเบสบอล แล้วนำจำนวนลูกฟุตบอลและจำนวนลูกเบสบอลรวมกัน

- ป้อมมีลูกฟุตบอล 12 ลูก มีลูกเบสบอลมากกว่าลูกฟุตบอล 8 ลูก

$$12 + 8 = 20$$

∴ ป้อมมีลูกฟุตบอลกับลูกเบสบอลทั้งหมด 20 ลูก



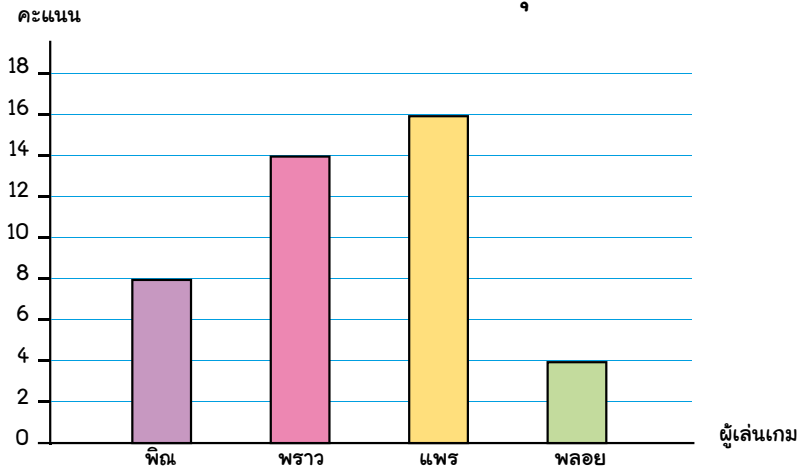
### 4 ตรวจสอบคำตอบ

- เราอาจใช้ตัวนับ 12 ตัว แทนลูกฟุตบอล แล้วใช้ตัวนับอีก 8 ตัว แทนลูกเบสบอล แล้วนับจำนวนทั้งหมด จะได้จำนวนลูกเบสบอล 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

- แล้วใส่เพิ่มอีก 12 ตัว แทนลูกฟุตบอล จากนั้นนับจำนวนทั้งหมด จะได้  $20 + 12 = 32$  เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

พรากับเพื่อนกำลังเล่นเกมการศึกษาเกมหนึ่ง พรานำผลการเรียนมาเขียนเป็นกราฟแท่ง จากกราฟถามว่า ใครได้คะแนนสูงที่สุด ใครได้คะแนนน้อยที่สุด



เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



### 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

ใครได้คะแนนมากที่สุด ใครได้คะแนนน้อยที่สุด

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

พินได้	8	คะแนน
พรานได้	14	คะแนน
แพรได้	16	คะแนน
พลอยได้	4	คะแนน



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 : การทำในรูปอย่างง่าย  
ใช้กราฟแท่งถือเป็นหนทางที่ง่ายกว่าในการเปรียบเทียบจำนวน



## 3 ลงมือแก้ปัญหา

มองหรือพิจารณากราฟแท่งเพื่อแก้ปัญหา  
พิจารณาความสูงของกราฟแท่ง  
กราฟแท่งสูงที่สุด คือคะแนนของแพร  
กราฟแท่งต่ำที่สุด คือคะแนนของพลอย



## 4 ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบนี้สมเหตุสมผลหรือไม่  
โดยนำคะแนนทั้งหมดมาวางเรียงจากน้อยไปหามาก  
 $4 < 8 < 14 < 16$   
ใครได้คะแนนน้อยที่สุด (4 คะแนน) พลอย  
ใครได้คะแนนมากที่สุด (16 คะแนน) แพร

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น

ทำงานเลี้ยงของฟลุค เอ็มถือลูกโป่งสีแดง สีเหลือง และสีเขียวนำมาประดิษฐ์เป็นหมวกและดอกไม้จากลูกโป่งเหล่านี้ มีวิธีที่เป็นไปได้ที่เอ็มจะนำลูกโป่งมาทำหมวกและดอกไม้

เราใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) ดังนี้



## 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ประการแรก : โจทย์ถามอะไร

มีวิธีที่เป็นไปได้ที่เอ็มจะนำลูกโป่งมาทำหมวกและดอกไม้

ประการที่สอง : เรารู้อะไรจากโจทย์บ้าง

เอ็มมีลูกโป่งสีแดง สีเหลือง และสีเขียวนำมา

เอ็มต้องการนำลูกโป่งมาทำหมวกและดอกไม้



## 2 วางแผนแก้ปัญหา

เลือกใช้ยุทธวิธีช่วยคิดที่ 6 : การทำในรูปอย่างง่าย  
สร้างเป็นรายการเพื่อแสดงความแตกต่างที่เป็นไปได้



## 3 ลงมือแก้ปัญหา

เริ่มจากสีแรกก่อน แล้วเขียนตัวเลือกให้ครบ

หมวก	สีแดง
ดอกไม้	สีแดง
หมวก	สีเหลือง
ดอกไม้	สีเหลือง
หมวก	สีเขียว
ดอกไม้	สีเขียว



## 4 ตรวจสอบคำตอบ

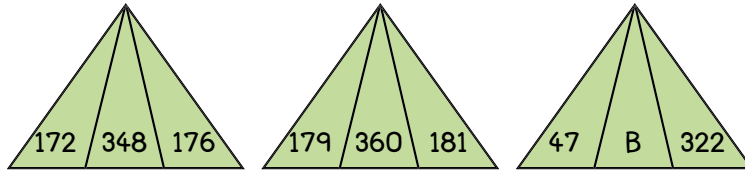
นับตัวเลือกแสดงว่ามี 6 วิธีที่แตกต่างกัน

$$\begin{array}{rcccccc} \text{ใช้จำนวนสี} & \times & \text{จำนวนสิ่งของ} & = & \text{จำนวนวิธี} \\ 3 & \times & 2 & = & 6 \end{array}$$

# Creative Mathematics

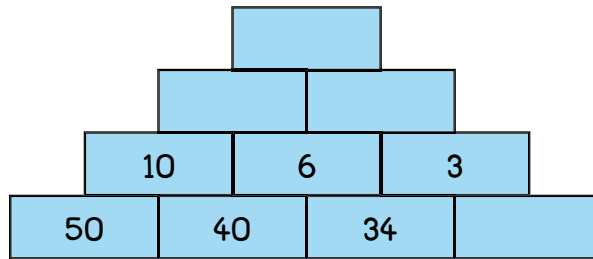
ข้อ 1

ให้หาค่าของ B



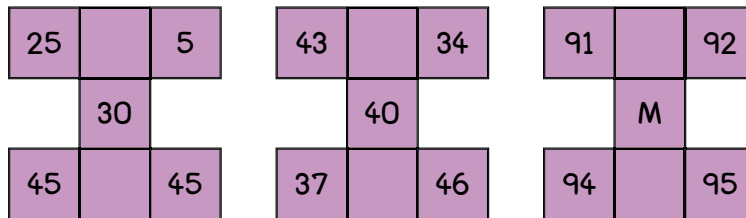
ข้อ 2

ให้หาจำนวนที่หายไปในช่วงว่าง



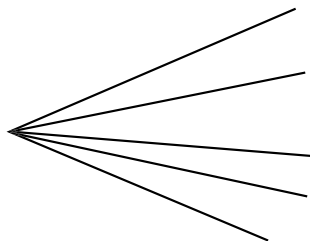
ข้อ 3

ให้หาค่าของ M



ข้อ 4

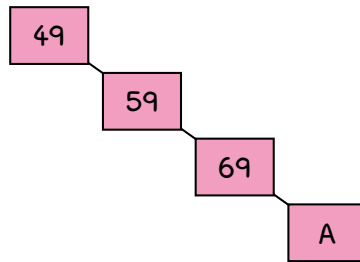
มีมุมแหลมกี่มุม



ข้อ 5



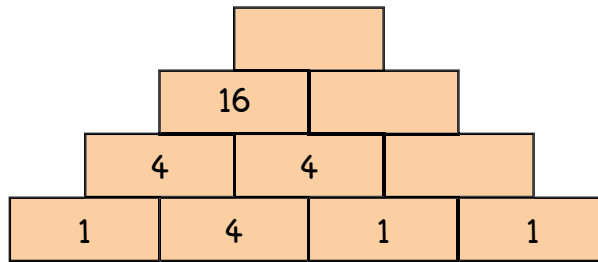
ให้หาค่าของ A



ข้อ 6



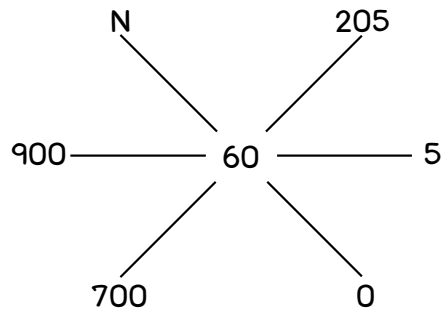
ให้หาจำนวนที่หายไปช่องว่าง



ข้อ 7



ให้หาค่าของ N



ข้อ 8

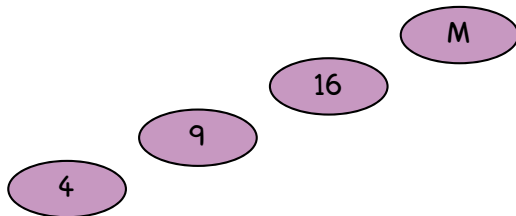


ให้หาค่าของ V

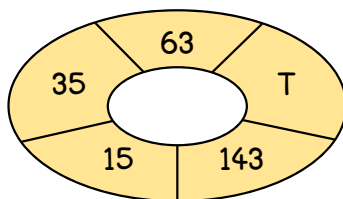
8, 16, 24, 32, V



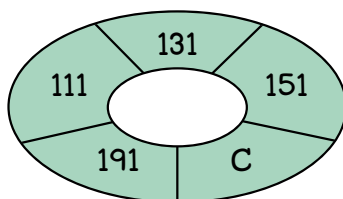
ให้หาค่าของ M



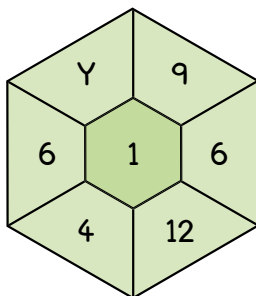
ให้หาค่าของ T



ให้หาค่าของ C



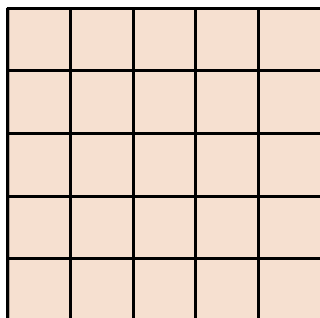
ให้หาค่าของ Y





ข้อ 13

มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกี่รูป ถ้าแต่ละ  เล็ก ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ข้อ 14

ให้หาจำนวนที่หายไปในช่วงว่าง



38 190 5

17 153 9

31  8

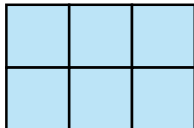
ข้อ 15

มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกี่รูป



ข้อ 16

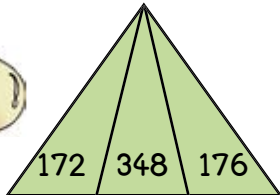
มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกี่รูป



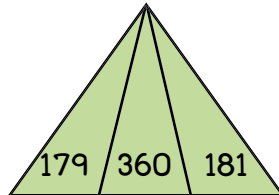
# เฉลย Creative Mathematics

ข้อ 1

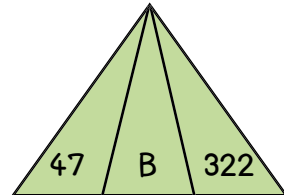
ให้หาค่าของ B



$$172 + 176 = 348$$



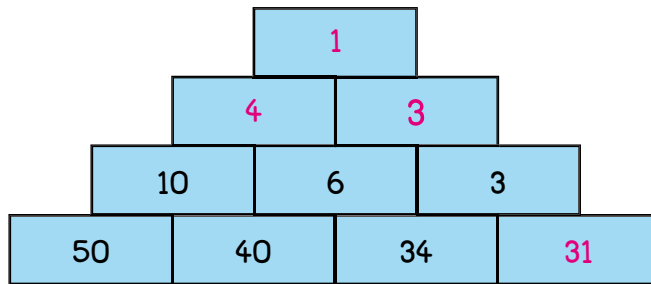
$$179 + 181 = 360$$



$$47 + 322 = 369 = B$$

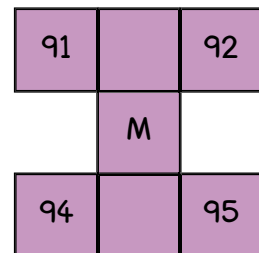
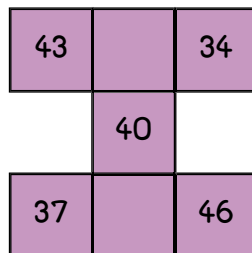
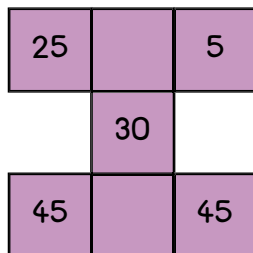
ข้อ 2

ให้หาจำนวนที่หายไปในช่วงว่าง



ข้อ 3

ให้หาค่าของ M



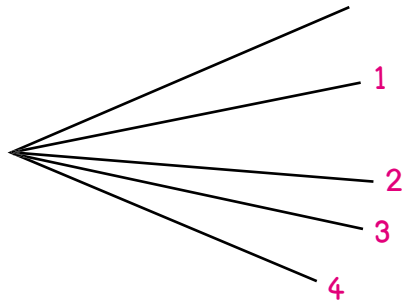
$$\frac{91 + 92 + 94 + 95}{4} = 93$$

$$\therefore M = 93$$

ข้อ 4



มีมุมแหลมกี่มุม

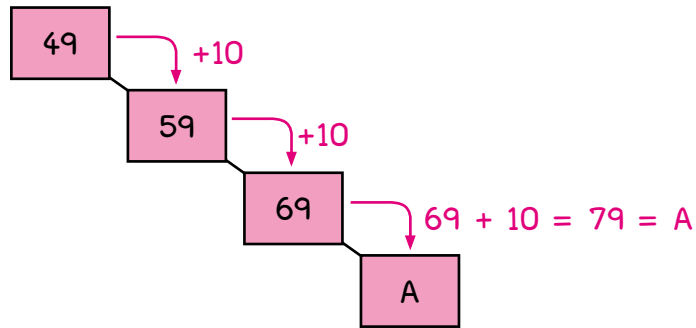


มีมุมแหลม  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  มุม

ข้อ 5



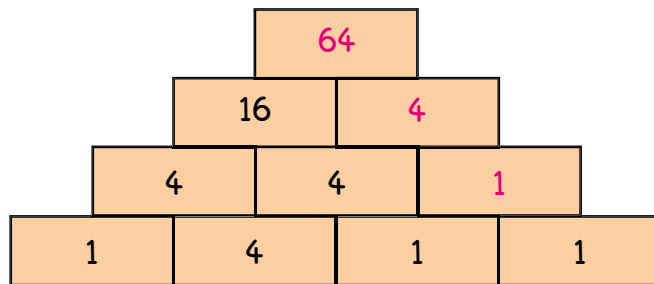
ให้หาค่าของ A



ข้อ 6



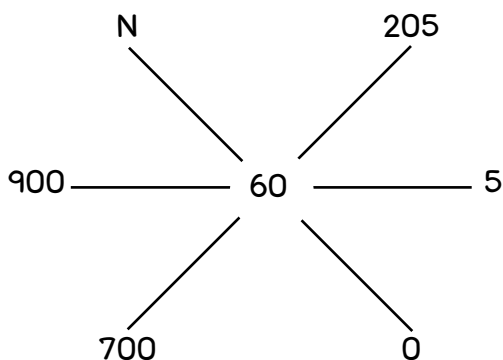
ให้หาจำนวนที่หายไป ช่องว่าง



ข้อ 7



ให้หาค่าของ N



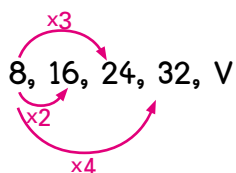
$$N + 60 + 0 = 965$$

$$N = 905$$

ข้อ 8



ให้หาค่าของ V



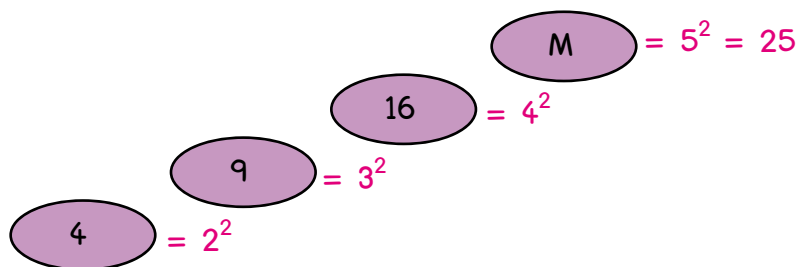
$$\therefore V = 8 \times 5$$

$$V = 40$$

ข้อ 9

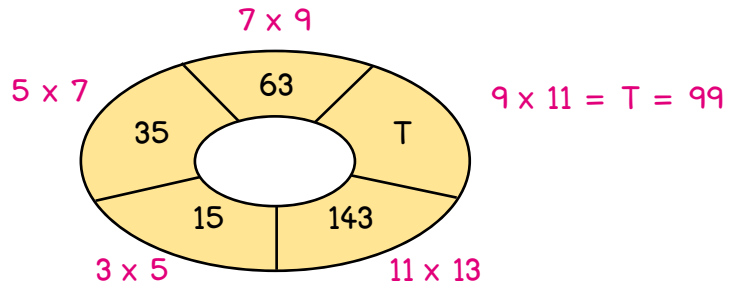


ให้หาค่าของ M



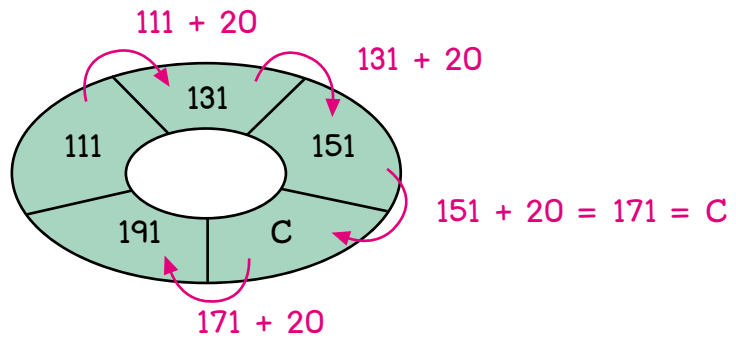
ข้อ 10

ให้หาค่าของ T



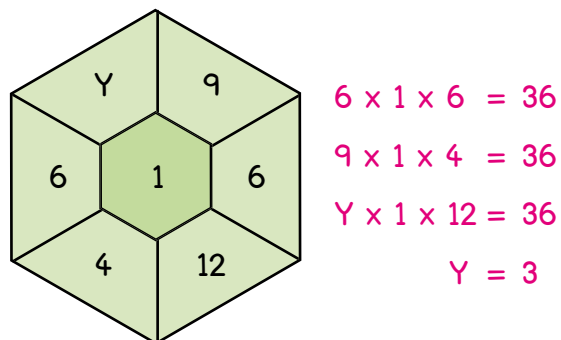
ข้อ 11

ให้หาค่าของ C



ข้อ 12

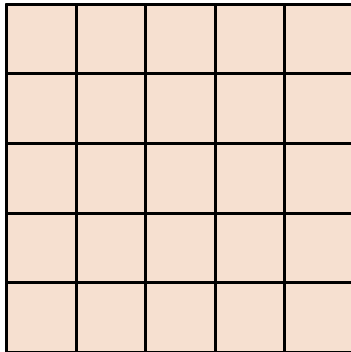
ให้หาค่าของ Y



ข้อ 13



มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่รูป ถ้าแต่ละ  $\square$  เล็ก ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$1 \times 1 = 5^2 = 25$$

$$2 \times 2 = 4^2 = 16$$

$$3 \times 3 = 3^2 = 9$$

$$4 \times 4 = 2^2 = 4$$

$$5 \times 5 = 1^2 = 1$$

$$\text{รวม} = 55 \text{ รูป}$$

ข้อ 14



ให้หาจำนวนที่หายไปในช่วงว่าง

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 38 & 190 & 5 \\ \hline \end{array}$$

$$38 \times 5 = 190$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 17 & 153 & 9 \\ \hline \end{array}$$

$$17 \times 9 = 153$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 31 & 248 & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$31 \times 8 = 248$$

ข้อ 15



มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่รูป



มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \times (5+1)}{2}$$

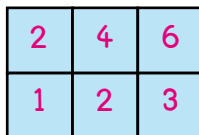
$$= \frac{5 \times 6}{2}$$

$$= 15 \text{ รูป}$$

ข้อ 16



มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่รูป

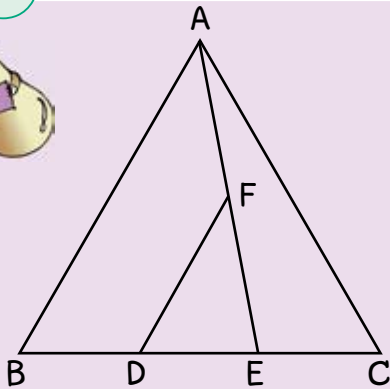


$$\text{มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = 1 + 2 + 3 + 2 + 4 + 6$$

$$= 18 \text{ รูป}$$

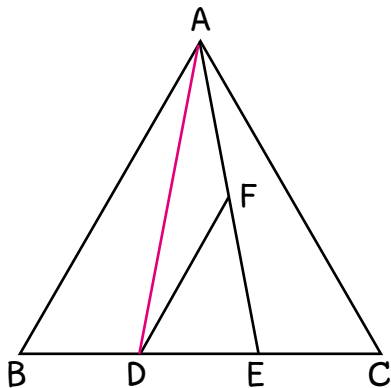
## แบบฝึกหัดท้ายเล่ม

ข้อ 1



ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง BD, DE และ EC มีความยาว 4, 8 และ 4 เซนติเมตร ตามลำดับ F เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AE ถ้าความสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 6 เซนติเมตร เมื่อกำหนด BC เป็นฐาน ให้หาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม DEF

เฉลย



พื้นที่รูป  $\triangle ADE$

รูป  $\triangle ABC$  ; BC

$\therefore$  พื้นที่รูป  $\triangle DEF$

ลากเส้น AD

AF = FE

พื้นที่รูป  $\triangle DEF =$  พื้นที่รูป  $\triangle ADF$

พื้นที่รูป  $\triangle DEF = \frac{1}{2}$  พื้นที่รูป  $\triangle ADE$

BD = 4 เซนติเมตร

DE = 8 เซนติเมตร

EC = 4 เซนติเมตร

$= \frac{1}{2}$  พื้นที่รูป  $\triangle ABC$

$= 4 + 8 + 4 = 16$  เซนติเมตร

$= \frac{1}{2}$  พื้นที่รูป  $\triangle ADE$

$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \text{ พื้นที่รูป } \triangle ABC \right)$

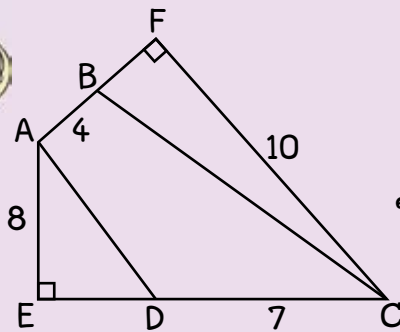
$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 6 \right)$

$= \frac{1}{2} \times 24$

$= 12$  ตารางเซนติเมตร

ตอบ 12 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 2



AFCE เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง

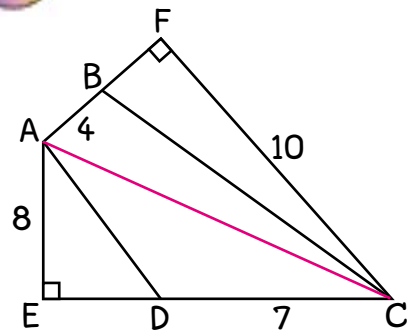
AB = 4 เซนติเมตร AE = 8 เซนติเมตร

FC = 10 เซนติเมตร DC = 7 เซนติเมตร

$\hat{AFC} = 90^\circ$ ,  $\hat{AED} = 90^\circ$

ให้หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD

เฉลย



ลากเส้น AC

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่รูป } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times AB \times FC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 10 \\ &= 20 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

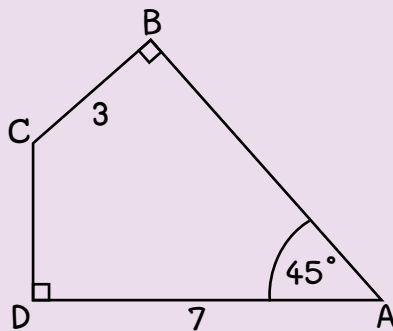
$$\begin{aligned}\text{พื้นที่รูป } \triangle ADC &= \frac{1}{2} \times DC \times AE \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \\ &= 28 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่รูป } \square ABCD &= 20 + 28 \\ &= 48 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

ตอบ 48 ตารางเซนติเมตร



ข้อ 3



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง

$$\hat{CBA} = \hat{CDA} = 90^\circ$$

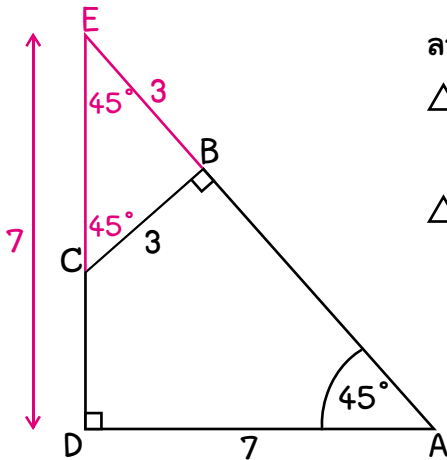
BC = 3 เซนติเมตร

AD = 7 เซนติเมตร

$$\hat{DAB} = 45^\circ$$

ให้หาพื้นที่รูป □ ABCD

เฉลย



ลากเส้น DC, AB ออกไปพบกันที่จุด E

$\triangle ADE$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว

$$AD = DE = 7 \text{ เซนติเมตร } \hat{EDA} = 90^\circ$$

$\triangle BCE$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว

$$BC = BE = 3 \text{ เซนติเมตร } \hat{EBC} = 90^\circ$$

$$\text{พื้นที่รูป } \square ABCD = \text{พื้นที่รูป } \triangle ADE - \text{พื้นที่รูป } \triangle BCE$$

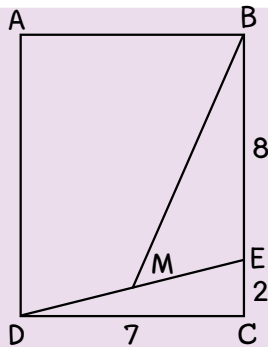
$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$= 24.5 - 4.5$$

$$= 20 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ 20 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 4



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

CD = 7 เซนติเมตร

BE = 8 เซนติเมตร

EC = 2 เซนติเมตร

M เป็นจุดกึ่งกลางด้าน DE ลาก BM

ให้หาพื้นที่รูป □ ABMD กี่ตารางเซนติเมตร

เฉลย



ลากเส้นตรง MC

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูป } \triangle DCE &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 2 \\ &= 7 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

DM = ME

$$\text{พื้นที่รูป } \triangle DMC = \text{พื้นที่รูป } \triangle MEC = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

EC = 2 เซนติเมตร

BE = 8 เซนติเมตร

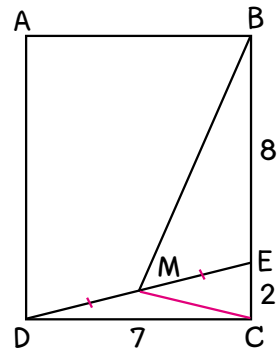
BE = ยาวเป็น 4 เท่าของ EC

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูป } \triangle MEB &= 4 \text{ เท่าพื้นที่รูป } \triangle MEC \\ &= 4 \times 3.5 \\ &= 14.0 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

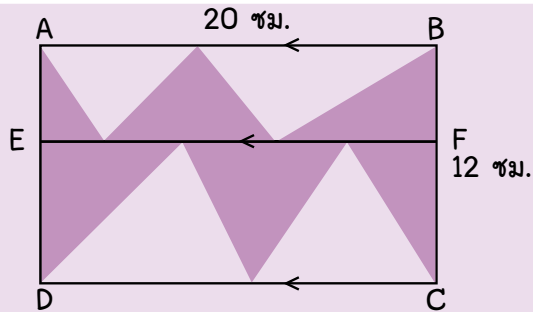
∴ พื้นที่รูป □ ABMD

$$\begin{aligned} &= \text{พื้นที่รูป } \square ABCD - \text{พื้นที่รูป } \triangle MEB - \text{พื้นที่รูป } \triangle DCE \\ &= (7 \times 10) - (14) - (7) \\ &= 49 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตอบ 49 ตารางเซนติเมตร

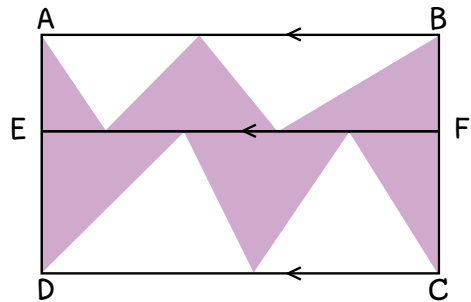


ข้อ 5



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  $AB = 20$  เซนติเมตร และ  $BC = 12$  เซนติเมตร ให้หาพื้นที่ที่ถูกแรเงา

เฉลย



เมื่อ  $\square ABCD$

เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$AB \parallel EF \parallel DC$

$\square ABFE$  เป็นรูป  $\square$  ผืนผ้า มีรูป  $\triangle$  ที่ถูกแรเงา 3 รูป ที่มีความยาวฐานรวมกันเท่ากับความยาว  $EF$  และมีความสูง  $BF$

$\therefore$  พื้นที่รวมของรูป  $\triangle$  ทั้งสามรูป เท่ากับ  $\frac{1}{2}$  พื้นที่รูป  $\square ABFE$

ในทำนองเดียวกัน

พื้นที่รวมของรูป  $\triangle$  ทั้งสามรูปภายใน  $\square EFCD$

ก็จะมีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2}$  พื้นที่รูป  $\square EFCD$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปที่ถูกแรเงาทั้งหมด} &= \frac{1}{2} \text{ พื้นที่ } \square ABCD \\
 &= \frac{1}{2} (20 \times 12) \\
 &= 120 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ 120 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 6



กล่องใบที่หนึ่งมีลูกบอลสีน้ำเงิน 3 ลูก สีขาว 3 ลูก กล่องใบที่สองมีลูกบอลสีน้ำเงิน 4 ลูก สีขาว 2 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากทั้งสองกล่องกล่องละ 1 ลูกโดยไม่ใส่คืน จะมีวิธีหยิบลูกบอลที่ได้สีต่างกันกี่วิธี

เฉลย



ให้ B b เป็นลูกบอลสีน้ำเงินในกล่องใบที่หนึ่งและกล่องใบที่สอง และให้ W w เป็นลูกบอลสีขาวในกล่องใบที่หนึ่งและกล่องใบที่สอง ตามลำดับ

กล่องใบที่หนึ่ง	กล่องใบที่สอง	วิธีหยิบลูกบอลต่างสี
B1	b1	โอกาสครั้งที่ 1 B1 b1, B1 b2, B1 b3, B1 b4, B1 w1, B1 w2
B2	b2	โอกาสครั้งที่ 2 B2 b2, B2 b3, B2 b4, B2 w1, B2 w2
B3	b3	โอกาสครั้งที่ 3 B3 b3, B3 b4, B3 w4, B3 w2
W1	b4	โอกาสครั้งที่ 4 W1 b4, W1 w1, w1, w2
W2	w1	โอกาสครั้งที่ 5 W2 w1, W2 w2
W3	w2	โอกาสครั้งที่ 6 W3 w2

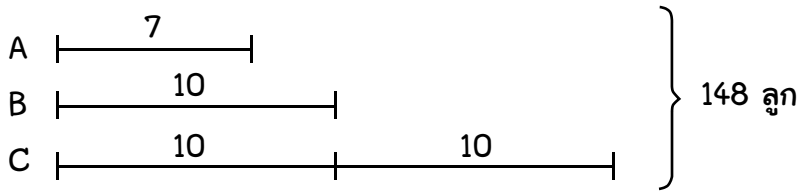
ตอบ จะมีวิธีหยิบลูกบอลต่างสีกัน 7 วิธี

ข้อ 7



A มีลูกหินเป็น  $\frac{7}{10}$  ของ B และ B มีลูกหินเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ C ถ้า A, B และ C มีลูกหินรวมกัน 148 ลูก A มีลูกหินกี่ลูก

เฉลย



$$37 \text{ ส่วน} = 148 \text{ ลูก}$$

$$1 \text{ ส่วน} = \frac{148}{37} = 4 \text{ ลูก}$$

$$7 \text{ ส่วน} = 28 \text{ ลูก}$$

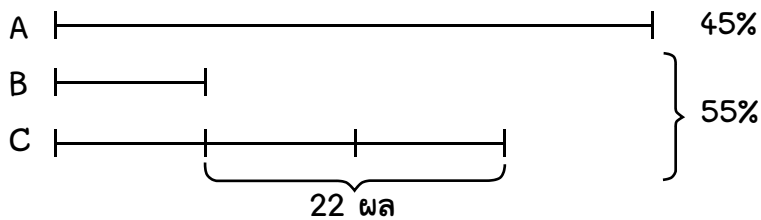
ตอบ A มีลูกหิน 28 ลูก

ข้อ 8



แบ่งส้มจำนวนหนึ่งให้ A, B และ C โดย A ได้ไป 45% ของจำนวนส้มทั้งหมด ที่เหลือแบ่งให้ B และ C ในอัตราส่วน 1 : 3 ตามลำดับ โดย C ได้ส้มมากกว่า B 22 ผล ส้มทั้งหมดมีกี่ผล

เฉลย



ส้ม 55%   เท่ากับส้ม 44 ผล

ส้ม 1%     เท่ากับส้ม  $\frac{44}{55}$  ผล

ส้ม 45%   เท่ากับส้ม  $\frac{44}{55} \times 45$

$\therefore$  ส้ม 45%   เท่ากับส้ม 36 ผล

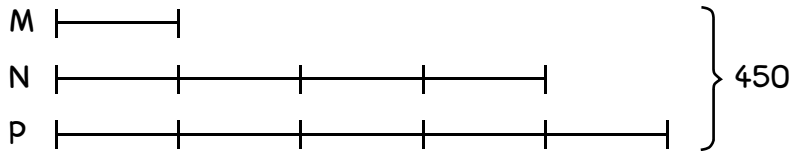
ตอบ ส้มทั้งหมดมี  $44 + 36 = 80$  ผล

ข้อ ๑



M, N และ P เป็นนักสะสมแสตมป์ โดย M มีแสตมป์ 25% ของจำนวนแสตมป์ที่ N มี และ N มีแสตมป์ 80% ของจำนวนแสตมป์ที่ P มี ทั้งสามคนมีแสตมป์รวมกัน 450 ดวง ถ้า P ให้แสตมป์เพื่อนคนอื่นไป 20% ของแสตมป์ที่ตนเองมีอยู่ P จะเหลือแสตมป์มากกว่า M กี่ดวง

เฉลย



ทั้งสามคนมีแสตมป์รวมกัน 450 ดวง

แต่ละคนมีแสตมป์ ดังนี้

$$M = \frac{1}{10} \times 450 = 45 \text{ ดวง}$$

$$N = \frac{4}{10} \times 450 = 180 \text{ ดวง}$$

$$P = \frac{5}{10} \times 450 = 225 \text{ ดวง}$$

P ให้แสตมป์เพื่อนคนอื่นไป 20% หรือให้ไป 1 ส่วน คือ 45 ดวง

ดังนั้น P จึงเหลือแสตมป์เป็น 4 ส่วน ซึ่งมากกว่า M อยู่ 2 ส่วน

∴ P จึงมีแสตมป์มากกว่า M จำนวน 90 ดวง

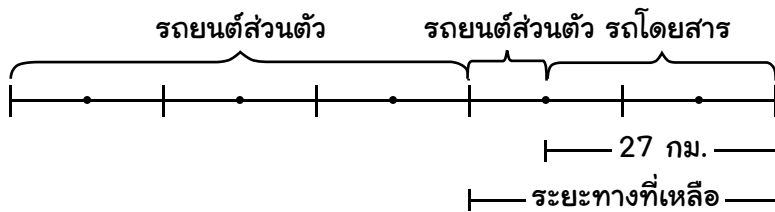
ตอบ 90 ดวง

ข้อ 10



บรรทัดและครอบครัวเดินทางมาจากบ้านพักไปยังสถานที่ท่องเที่ยวแห่งหนึ่งโดยรถยนต์ส่วนตัว เมื่อเดินทางได้  $\frac{3}{5}$  ของระยะทางทั้งหมดพักรับประทานอาหารกลางวันแล้วเดินทางต่อไปอีก  $\frac{1}{4}$  ของระยะทางที่เหลือ ปรากฏว่ารถเสียต้องเดินทางด้วยรถโดยสารประจำทางอีก 27 กิโลเมตร จึงถึงสถานที่ท่องเที่ยว จงหาระยะทางจากบ้านพักของบรรทัดถึงสถานที่ท่องเที่ยวแห่งนั้น

เฉลย



ระยะทางทั้งหมดแบ่งได้เป็น 10 ส่วน

1 ส่วน = 9 กิโลเมตร

10 ส่วน = 90 กิโลเมตร

ตอบ 90 กิโลเมตร



ข้อ 11



$7^{3523} \times 2^{3523}$  ผลลัพธ์ของเลขจำนวนนี้มีหลักหน่วยเป็นเลขอะไร

เฉลย



วิธีพิจารณาแบบรูป

เลขโดดฐาน 7 ยกกำลัง	เลขโดดฐาน 2 ยกกำลัง
$7^1 = 7$	$2^1 = 2$
$7^2 = 49$	$2^2 = 4$
$7^3 = 343$	$2^3 = 8$
$7^4 = 2401$	$2^4 = 16$
$7^5 = 16807$	$2^5 = 32$
$7^6 = 117649$	$2^6 = 64$
$7^7 = 823543$	$2^7 = 128$
$7^8 = 5764801$	$2^8 = 256$

แบบรูปของเลขโดด 7 ยกกำลังคือ	แบบรูปของเลขโดด 2 ยกกำลังคือ
$\underbrace{7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, \dots}$ <p>ดังนั้น การพิจารณาหาเลขโดดหลักหน่วยจากการยกกำลังกระทำได้โดยนำจำนวนเลขยกกำลังหารด้วย 4 ถ้าหารแล้วได้ผลลัพธ์ ลงตัว เลขหลักหน่วย คือ 1                      เศษ 1 เลขหลักหน่วยคือ 7                      เศษ 2 เลขหลักหน่วยคือ 9                      เศษ 3 เลขหลักหน่วยคือ 3</p>	$\underbrace{2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, \dots}$ <p>ดังนั้น การพิจารณาหาเลขโดดหลักหน่วยจากการยกกำลังกระทำได้โดยนำจำนวนเลขยกกำลังหารด้วย 4 ถ้าหารแล้วได้ผลลัพธ์ ลงตัว เลขหลักหน่วย คือ 6                      เศษ 1 เลขหลักหน่วยคือ 2                      เศษ 2 เลขหลักหน่วยคือ 4                      เศษ 3 เลขหลักหน่วยคือ 8</p>

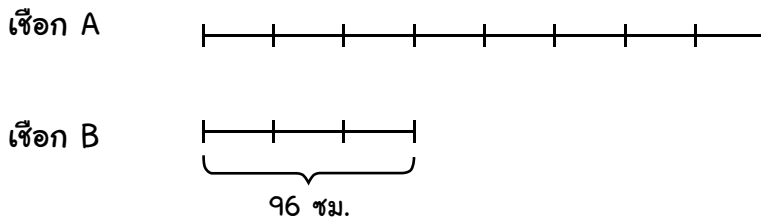
ดังนั้น  $3523 \div 4$  จะเหลือเศษ 3  
 เลขหลักหน่วยของ  $7^{3523}$  คือ 3  
 เลขหลักหน่วยของ  $2^{3523}$  คือ 8  
 $7^{3523} \times 2^{3523} = 4$   
 ตอบ เลขหลักหน่วยของ  $7^{3523} \times 2^{3523}$  คือ 4

ข้อ 12



อัตราส่วนความยาวของเชือก A ต่อความยาวของเชือก B เท่ากับ 8 : 3  
ถ้าเชือก B มีความยาว 96 เซนติเมตร เชือก A ยาวกว่าเชือก B  
กี่เซนติเมตร

เฉลย



$$3 \text{ ส่วน} = 96 \text{ เซนติเมตร}$$

$$1 \text{ ส่วน} = \frac{96}{3} = 32 \text{ เซนติเมตร}$$

$$8 \text{ ส่วน} - 3 \text{ ส่วน} = 5 \text{ ส่วน}$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ ส่วน} &= 5 \times 32 \text{ เซนติเมตร} \\ &= 160 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

∴ เชือก A ยาวกว่าเชือก B 160 เซนติเมตร

ตอบ 160 เซนติเมตร

ข้อ 13



อัตราส่วนการเก็บออมของ A, B และ C มีดังนี้

$$A : (B+C) = 1 : 4$$


$$C : (A+B) = 1 : 1$$

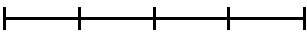
ถ้า B มีเงินน้อยกว่า C 60 บาท ถ้าว่ B มีเงินที่เก็บออมไว้เท่าไร

เฉลย

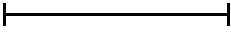


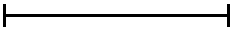
จาก  $A : (B+C) = 1 : 4$

นั่นคือ A เป็น  1 ส่วน

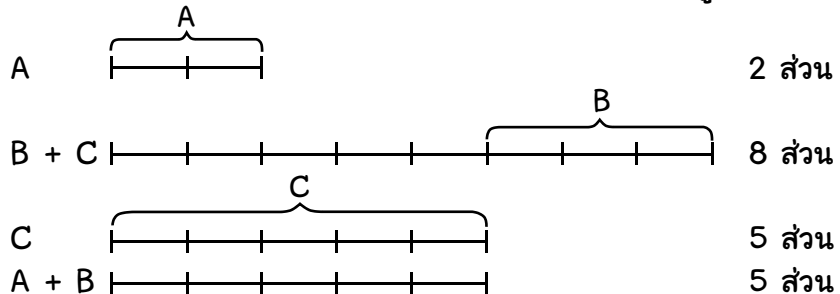
และ B + C เป็น  4 ส่วน

จาก  $C : (A+B) = 1 : 1$

นั่นคือ C เป็น  1 ส่วน

และ A + B เป็น  1 ส่วน

เนื่องจากส่วนไม่เท่ากัน จึงทำส่วนให้เท่ากันได้เป็น 10 ส่วน ดังรูป



จะได้ว่า C มี 5 ส่วน และ B มี 3 ส่วน

$\therefore B < C$  อยู่ 2 ส่วน

จากเงื่อนไข 2 ส่วน เท่ากับ 60 บาท

B มี 3 ส่วน ฉะนั้น B มีเงินที่เก็บออม 90 บาท

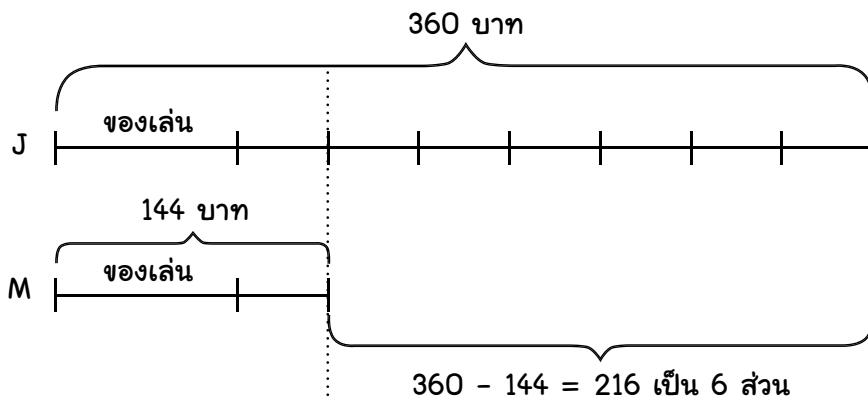
ตอบ 90 บาท

ข้อ 14



J มีเงิน 360 บาท M มีเงิน 144 บาท เขาทั้งสองคนซื้อของเล่นที่มีราคาเท่ากัน ทำให้ J มีเงินเหลือคิดเป็น 7 เท่าของเงินที่ M เหลืออยู่ ถามว่า ของเล่นราคาเท่าไร

เฉลย



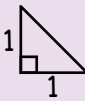
$$1 \text{ ส่วน คิดเป็น } 216 \div 6 = 36 \text{ บาท}$$

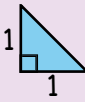
$$\therefore \text{ของเล่นราคา } 144 - 36 = 108 \text{ บาท}$$

ตอบ 108 บาท

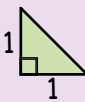
ข้อ 15

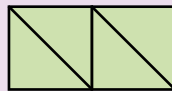


กำหนด  เพื่อนำมาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เช่น

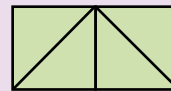
ถ้า นำ  จำนวน 2 รูป สามารถสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้มากที่สุด 1 รูป ดังนี้

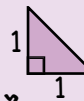


ถ้า นำ  จำนวน 4 รูป สามารถสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้มากที่สุด 2 รูป ดังนี้



หรือ



ถ้า นำ  จำนวน 24 รูป สามารถสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้มากที่สุดกี่รูป

เฉลย



จากรูป นำมาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ดังนี้

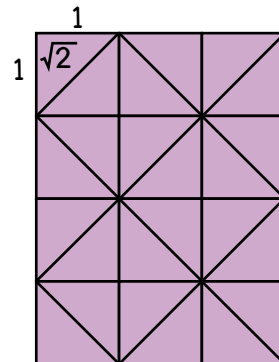
ขนาด  $1 \times 1$  ได้ 12 รูป

ขนาด  $2 \times 2$  ได้ 6 รูป

ขนาด  $3 \times 3$  ได้ 2 รูป

ขนาด  $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$  ได้ 3 รูป

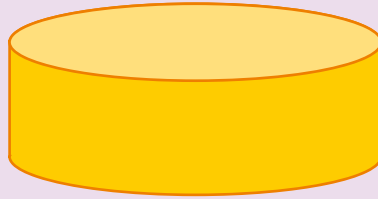
ตอบ 23 รูป



ข้อ 16



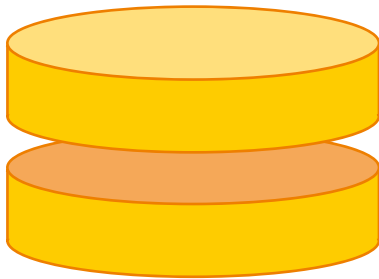
ถ้าแบ่งเค้กโดยใช้มีดตัด 5 ครั้ง ให้ได้จำนวนชิ้นเค้กที่เกิดจากการตัดมากที่สุด จะได้กี่ชิ้น



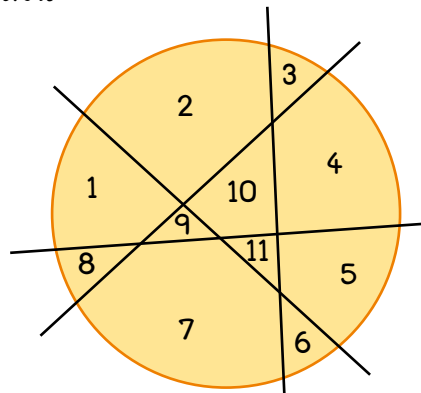
เฉลย



1. ตัดตามแนวนอน 1 ครั้ง
2. ตัดตามแนวตั้ง 4 ครั้ง ได้ 11 ชิ้น ดังนี้  
รวมทั้งหมด 22 ชิ้น ดังนี้



ตัดตามแนวนอน



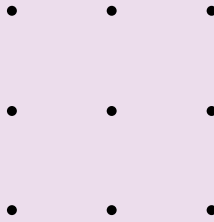
ตัดตามแนวตั้ง

ตอบ 22 ชิ้น

ข้อ 17



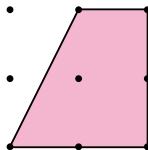
กำหนดจุด 9 จุด ดังรูป โดยที่ระยะห่างระหว่างจุดต่อจุดในแนวตั้ง และแนวนอนเท่ากัน ถ้าเขียนเส้นต่อจุดให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ภายในจุด 9 จุดนี้ จะได้จำนวนรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมากที่สุดกี่รูป



เฉลย

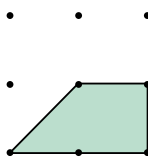


1. รูปที่จัดได้แบบที่ 1 เป็นดังนี้



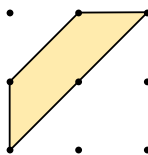
จัดได้ 8 รูป

2. รูปที่จัดได้แบบที่ 2 เป็นดังนี้



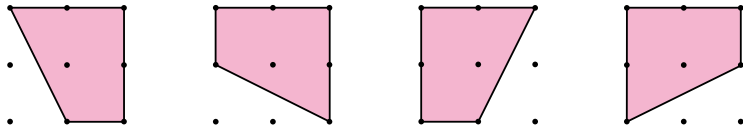
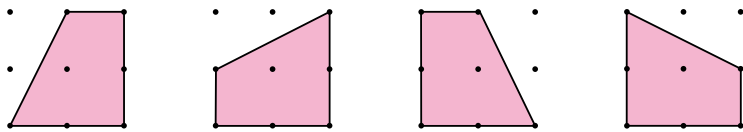
จัดได้ 16 รูป

3. รูปที่จัดได้แบบที่ 3 เป็นดังนี้

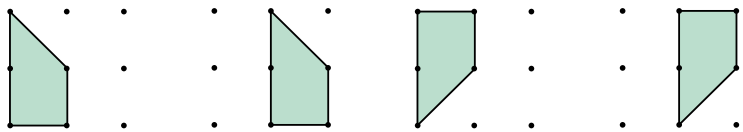
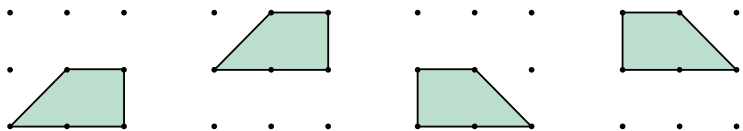


จัดได้ 4 รูป

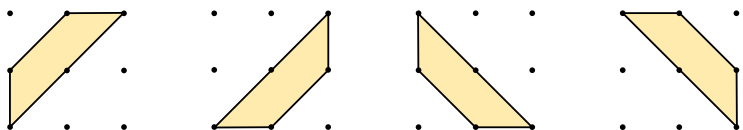
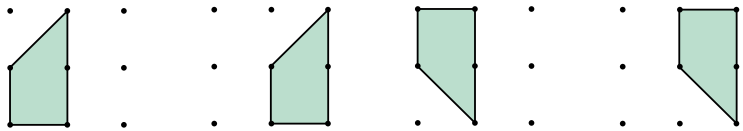
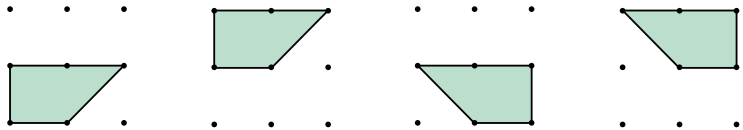
คือ



ได้ 8 รูป



ได้ 16 รูป



ได้ 4 รูป

ตอบ 28 แบบ



ข้อ 18

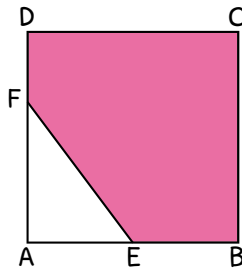


ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB จุด F อยู่บนด้าน AD ทำให้ด้าน AD ยาวเป็น 3 เท่าของด้าน DF ถามว่า พื้นที่รูปห้าเหลี่ยม BCDFE คิดเป็นร้อยละเท่าไรของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

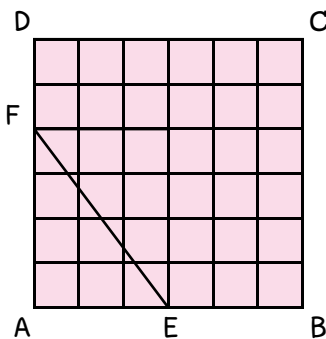
เฉลย



1. วาดภาพประกอบ



2. สร้างตารางเพื่อหาพื้นที่



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} &= 6 \times 6 \\ &= 36 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม AEF} &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \text{ ตารางหน่วย} \\ &= 6 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปห้าเหลี่ยม BCDFE} &= \text{พื้นที่รูป } \square \text{ ABCD} - \text{พื้นที่รูป } \triangle \text{ AEF} \\ &= 36 - 6 \text{ ตารางหน่วย} \\ &= 30 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

3. คิดเป็นร้อยละได้ดังนี้

$$\begin{aligned} &= \frac{30}{36} \times 100\% \\ &= 83\frac{1}{3}\% \text{ หรือ } 83.33\% \end{aligned}$$

ตอบ  $83\frac{1}{3}\%$  หรือ  $83.33\%$

ข้อ 19



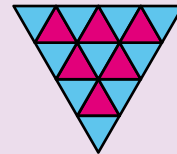
กำหนด  $\triangle$  และ  $\blacktriangle$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน และมีความยาวด้านละ 1 นิ้ว นำมาสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นชุด ๆ วางตามลำดับ ดังรูป



ลำดับที่ 1



ลำดับที่ 2



ลำดับที่ 3

ถามว่า ถ้าต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวด้านละ 2,005 นิ้ว ต้องใช้ลำดับที่  $\triangle$  และ  $\blacktriangle$  อย่างละกี่รูป

เฉลย



พิจารณาจากตารางแสดงแบบรูป

ลำดับที่ (n)	1	2	3	...	2,004
ความยาวด้าน (n+1) (นิ้ว)	2	3	4	...	2,005
$\triangle$	1+2	1+2+3	1+2+3+4	...	1+2+3+...+2,005
$\blacktriangle$	1	1+2	1+2+3	...	1+2+3+...+2,004

$$\triangle = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{2,005 \times 2,006}{2} = 2,011,015$$

$$\blacktriangle = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{2,004 \times 2,005}{2} = 2,009,010$$

ตอบ มี  $\triangle$  2,011,015 รูป

มี  $\blacktriangle$  2,009,010 รูป

ข้อ 20



ให้หาผลบวกของจำนวน 3 หลักทั้งหมดทุกจำนวนที่เกิดขึ้นจากการนำเลขโดด 5, 6 และ 7 มาเรียงสลับกันไปมา (ห้ามใช้เลขโดดตัวใดตัวหนึ่งซ้ำกันในแต่ละจำนวน)

เฉลย



ผลบวกของจำนวน 3 หลัก ซึ่งเกิดจากเลขโดด 5, 6 และ 7

$$\begin{array}{r} 567 \\ 576^+ \\ 657^+ \\ 675^+ \\ 756^+ \\ 765^+ \\ \hline 3,996 \end{array}$$

ตอบ 3,996

ข้อ 21



ไฟกะพริบ 3 ดวง ดวงที่ 1 กะพริบทุก 6 วินาที หลังจากไฟดวงที่ 1 กะพริบ อีก 2 วินาที ไฟดวงที่ 2 จะกะพริบ หลังจากไฟดวงที่ 2 กะพริบ อีก 3 วินาที ไฟดวงที่ 3 จะกะพริบ ไฟทั้ง 3 ดวง จะมีโอกาสกะพริบพร้อมกันหรือไม่ ถ้ากะพริบพร้อมกันจะกะพริบพร้อมกันครั้งแรกในเวลากี่วินาที

เฉลย



ครั้งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	-
ไฟดวงที่ 1	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	-
ไฟดวงที่ 2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	-
ไฟดวงที่ 3	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	-

จะเห็นว่า ไฟดวงที่ 1 และ 2 กะพริบเมื่อเวลาเป็นจำนวนคู่ แต่ไฟดวงที่ 3 กะพริบเมื่อเวลาเป็นจำนวนคี่


ดังนั้นไฟทั้ง 3 ดวงไม่มีโอกาสกะพริบพร้อมกัน

ตอบ ดวงไฟทั้ง 3 ดวง ไม่มีโอกาสกะพริบพร้อมกัน

ข้อ 22



ถ้านำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 5 แผ่น มาวางต่อกันจะมีวิธีการวาง  
ที่แตกต่างกันได้กี่แบบตามเงื่อนไขดังนี้

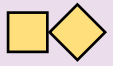
1. ลักษณะการวาง  ใช้ได้



หรือ

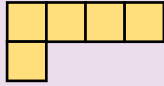
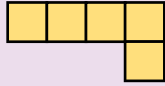


หรือ



ใช้ไม่ได้

2. ลักษณะการนับ เช่น



เหมือนกันให้นับ 1 แบบ

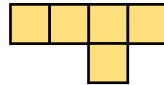
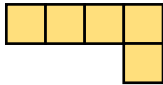
เฉลย



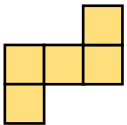
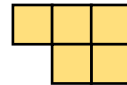
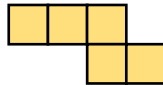
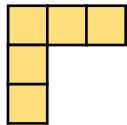
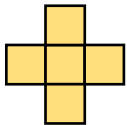
ฐาน 5 รูป



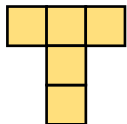
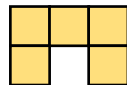
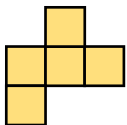
ฐาน 4 รูป



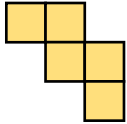
ฐาน 3 รูป



ฐาน 2 รูป



ฐาน 2 รูป

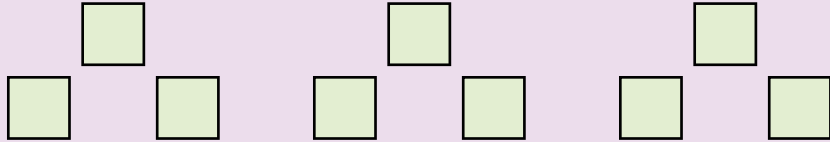


ตอบ 12 แบบ

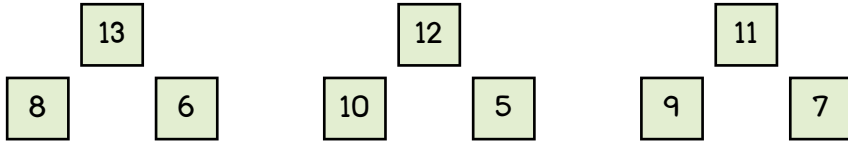
ข้อ 23



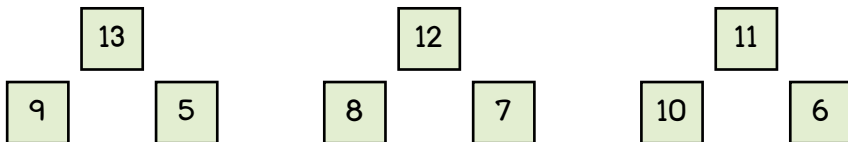
นำเลข 5 ถึง 13 ใส่ลงใน  ทั้ง 3 ชุด เมื่อใส่เลขแล้วทำให้ผลรวมของทั้ง 3 ชุด มีค่าเท่ากัน



เฉลย



หรือ



ข้อ 24

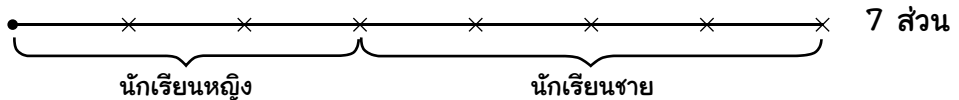


นักเรียนโรงเรียนหนึ่งมีนักเรียนหญิงเป็น  $\frac{3}{7}$  ของนักเรียนทั้งหมด มีนักเรียนชายที่ชอบเล่นฟุตบอล  $\frac{3}{8}$  ของนักเรียนชายทั้งหมด และชอบเล่นวอลเลย์บอล  $\frac{1}{2}$  ของนักเรียนชายที่ชอบเล่นฟุตบอล ถ้ามีนักเรียนชายที่เล่นวอลเลย์บอลทั้ง 30 คน จงหาว่า นักเรียนในโรงเรียนนี้มีทั้งหมดกี่คน

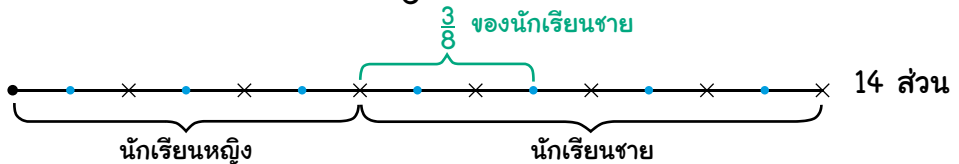
เฉลย



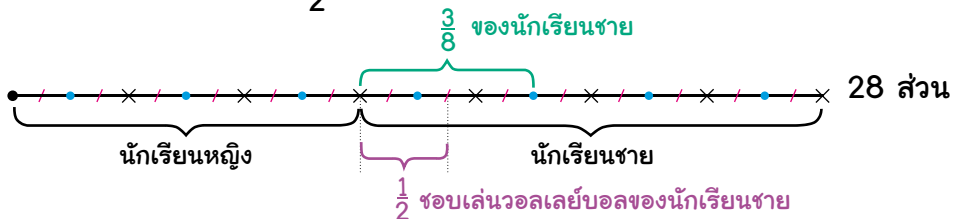
1. นักเรียนหญิง  $\frac{3}{7}$  ของนักเรียนทั้งหมด



2. นักเรียนชายชอบเล่นฟุตบอล  $\frac{3}{8}$  ของนักเรียนชายทั้งหมด



3. ชอบเล่นวอลเลย์บอล  $\frac{1}{2}$  ของนักเรียนชายที่ชอบเล่นฟุตบอล



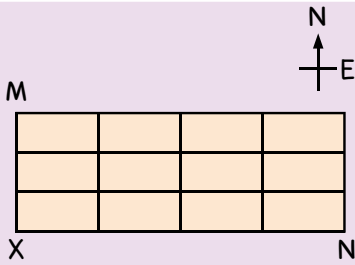
$$3 \text{ ส่วน} = 30 \text{ คน}$$

$$1 \text{ ส่วน} = \frac{30}{3} = 10 \text{ คน}$$

$$28 \text{ ส่วน} = 28 \times 10 = 280 \text{ คน}$$

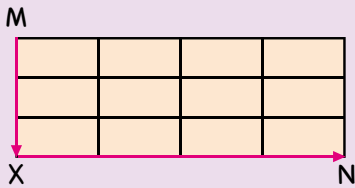
ตอบ 280 คน

ข้อ 25



ถ้าต้องการเดินทางจาก M ไป N โดยกำหนดว่า ถ้าเดินทางลงใต้ต้องเดินทางเป็นจำนวนคี่ และถ้าเดินทางไปทางทิศตะวันออกต้องเดินทางเป็นจำนวนคู่

ตัวอย่าง เช่น



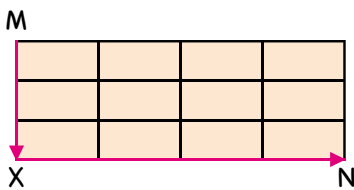
จากรูป เป็นการเดินทางจากจุด M ไปยังจุด N โดยที่การเดินทางจากจุด M มาจุด X จำนวน 3 ช่อง (เป็นจำนวนคี่) จากจุด X มาจุด N จำนวน 4 ช่อง (เป็นจำนวนคู่)

ให้หาว่า ถ้าเดินทางจาก M ไป N จะได้ทั้งหมดกี่เส้นทางที่แตกต่างกัน (นับรวมตัวอย่างด้วย)

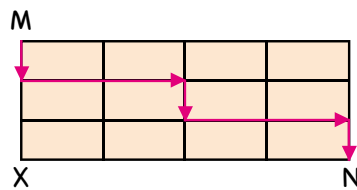
เฉลย



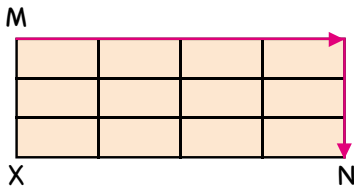
ทางที่ 1



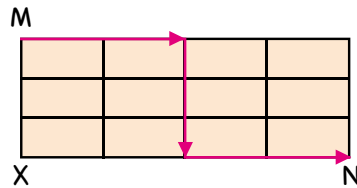
ทางที่ 2



ทางที่ 3



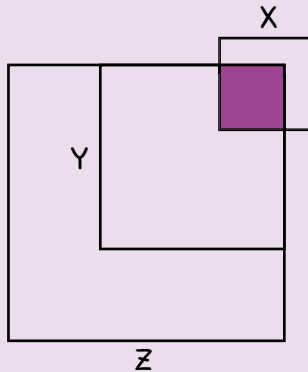
ทางที่ 4



ตอบ มีทั้งหมด 4 เส้นทางจาก M ไป N



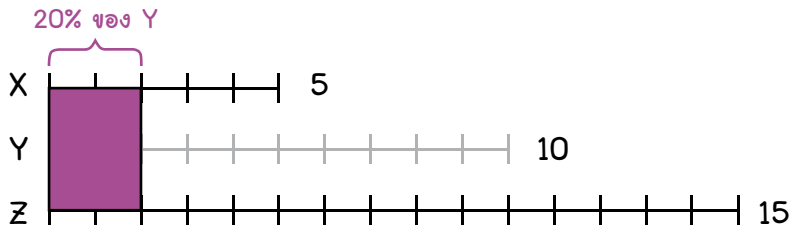
ข้อ 26



จากรูป ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส X, Y และ Z เป็น  $1 : 2 : 3$  ถ้า 20% ของพื้นที่ Y ถูกแรเงา

ให้หาพื้นที่ที่ไม่ถูกแรเงา คิดเป็นร้อยละเท่าไรของพื้นที่ระนาบทั้งหมด (ไม่นับพื้นที่ที่ถูกทับซ้อน)

เฉลย



เนื่องจากจัตุรัส Y ทับอยู่บนจัตุรัส Z จึงไม่ต้องคิดพื้นที่จากรูป พื้นที่ที่ไม่ถูกแรเงาได้จาก  $(13+3) = 16$  ส่วน จากทั้งหมด  $(16+2) = 18$  ส่วน  
 $\therefore$  พื้นที่ที่ไม่ถูกแรเงา  $\frac{16}{18} \times 100 = 88 \frac{8}{9} \%$

ตอบ  $88 \frac{8}{9} \%$

ข้อ 27



กำหนดให้  $N = \overline{abcde}$  เป็นจำนวนที่มีห้าหลัก เช่น ถ้า  $a = 4$ ,  
 $b = 0$ ,  $c = 4$ ,  $d = 7$ ,  $e = 7$  จะได้ว่า

$$N = \overline{abcde} = 40,477$$

ถ้าให้  $\overline{ab} \times \overline{cde} = 42,042$  และ  $\overline{abc} \times \overline{de} = 24,642$  แล้วให้หาค่า  $N$

เฉลย



$$\overline{ab} \times \overline{cde} = 42,042 = 42 \times 1,001 = 6 \times 7 \times 13 \times 7 \times 11$$

ถ้า  $\overline{ab} \times 42$  เป็นไปไม่ได้

เพราะ  $\overline{cde} = 1,001$  เป็นจำนวนที่มี 4 หลัก

ถ้า  $\overline{ab} = 49$  จะได้ว่า  $\overline{ab} \times \overline{cde} = 49 \times 858$

แต่  $\overline{abc} \times \overline{de} = 24,642$

ดังนั้น  $c \times e = 10x + 2$  จึงทำให้  $ab = 49$  เป็นไปไม่ได้

ถ้า  $\overline{ab} = 66$ ,  $\overline{ab} \times \overline{cde} = 66 \times 637$  และ  $e \times e = 42$

จะได้ว่า  $\overline{abc} \times \overline{de} = 666 \times 37 = 24,642$

$$\therefore N = 66,637$$

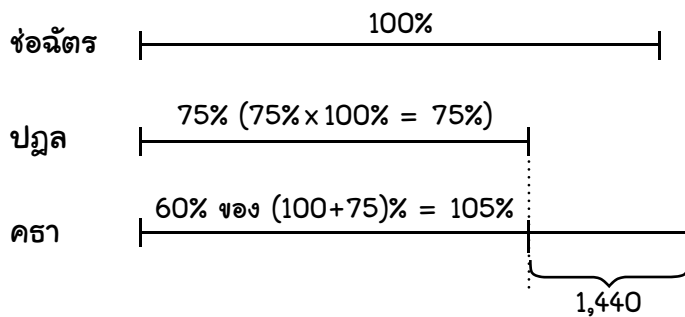
ตอบ 66,637

ข้อ 28



ปฏลมีเงินคิดเป็น 75% ของเงินเดือนชอฉัตร ครามีเงินคิดเป็น 60% ของเงินของปฏลกับชอฉัตรรวมกัน ถ้าปฏลมีเงินน้อยกว่าครา 1,440 บาท ถาถามว่า ชอฉัตรมีเงินเท่าไร

เฉลย



$$105\% - 75\% = 30\%$$

$$30\% \rightarrow 1,440 \text{ บาท}$$

$$1\% \rightarrow 1,440 \div 30 = 48 \text{ บาท}$$

$$100\% \rightarrow 48 \times 100 = 4,800 \text{ บาท}$$

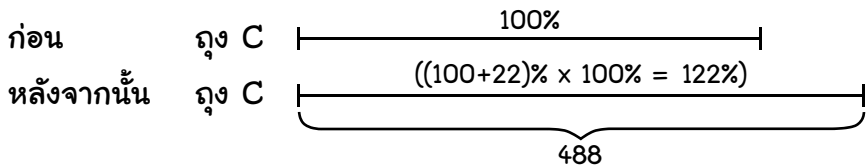
ตอบ ชอฉัตรมีเงิน 4,800 บาท

ข้อ 29



ถุง A มีลูกแก้วเป็นสองเท่าของถุง B ต่อมานำ 12% ของลูกแก้วของถุง A และ 20% ของลูกแก้วของถุง B ไปใส่ในถุง C ทำให้ลูกแก้วในถุง C เพิ่มขึ้นอีก 22% และพบว่าถุง C มีลูกแก้ว 488 ลูกถามว่า ขณะนี้ถุง A มีลูกแก้วกี่ลูก

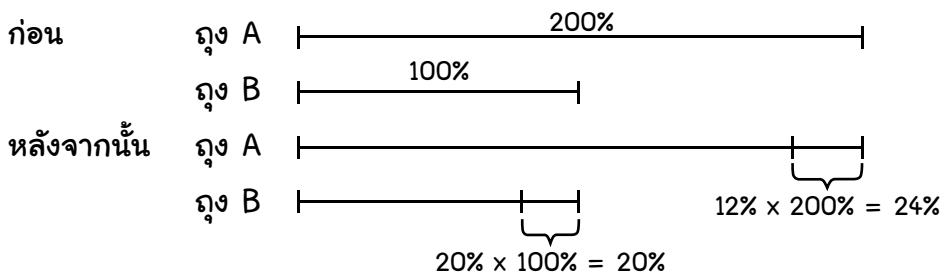
เฉลย



$$122\% \quad 488 \text{ ลูก}$$

$$1\% \quad 488 \div 122 = 4 \text{ ลูก}$$

$$22\% \quad 22 \times 4 = 88 \text{ ลูก}$$



$$24\% + 20\% = 44\%$$

$$1 = 88 \div 44 = 2 \text{ ลูก}$$

$$200\% - 44\% = 156\% \quad 156 \times 2 = 312 \text{ ลูก}$$

ตอบ 352 ลูก

ข้อ 30



ถ้านำเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 มาใส่ในตาราง  $2 \times 2$  ( 


 ) โดยมีเงื่อนไขว่า

- 1) เลขโดดทางซ้ายมือต้องมีค่ามากกว่าเลขโดดทางขวามือในแนวนอนเดียวกัน และ
- 2) เลขโดดทางด้านบนต้องมีค่ามากกว่าเลขโดดทางด้านล่างในแนวตั้งเดียวกัน

ดังตัวอย่าง

5	3
4	2

ถูกต้องตามเงื่อนไข

5	3
2	4

ไม่ถูกต้องตามเงื่อนไข

ถามว่า จะมีทั้งหมดกี่วิธีที่จะใส่เลขโดด 1-5 ตามเงื่อนไขข้างต้น (นับรวมตัวอย่างด้วย)

เฉลย



5	4
3	2

5	4
3	1

5	4
2	1

5	3
4	2

5	3
4	1

5	3
2	1

5	2
3	1

5	2
4	1

4	3
2	1

4	2
3	1

ตอบ 10 วิธี

## หนังสืออ้างอิง

Arcyurus. IQ Mindbenders. Malaysia; Arcturus Publishing Limited. 2009.

Budi Prasodjo, Linda Kristina. Mengongsong Olimpiade Matematika. Indonesia; PT. TEMPRINA MEDIA GRAFIKA. 2007.

Derrick Niederman. Math Puzzles for the clever mind. New Delhi; Sterling Publish Co.Inc. 2001.

L. Bai. Correct Maths A Problem-Solving Approach. Singapore; SNP Panpac Pte Ltd. 2003.

M Tyra & K Kundan. Practice Book on Quicker Maths. Delhi; BSC Publishing Co.Pvt.Ltd. 2007.

Peyyeti Rajakumar. MATH-MAGIC Book 2. Delhi; 80 GSM Parer with NCERT Watermark. 2007.

Rick Billstein. Maththematics. USA; McDougal Littell. 2005.

ปราโมทย์ ขจรภัย. HARCOURT คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6. กรุงเทพมหานคร; บริษัท แพลนปริทัศน์ จำกัด. 2547.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. คณิตสายสั้น. กรุงเทพมหานคร; โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด. 2550.

<http://www.royim.go.th/th/knowledge/detail.php?id=206> (26 กันยายน 2553) ศ.ดร.กาญจนา นาคสกุล. ราชบัณฑิต สำนักศิลปกรรม ราชบัณฑิตยสถาน.

## รายชื่อคณะกรรมการ

### ที่ปรึกษา

- |                          |                                             |
|--------------------------|---------------------------------------------|
| 1. นายชินภัทร ภูมิรัตน   | เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน      |
| 2. นายสมเกียรติ ชอบผล    | รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน   |
| 3. นายเสน่ห์ ขาวโต       | รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน   |
| 4. นายชัยพฤกษ์ เสรีรักษ์ | รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน   |
| 5. นางอรทัย มุลคำ        | ผู้อำนวยการสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |

### คณะกรรมการ

- |                                     |                                                                                                                     |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. นายปราโมทย์ ขจรภัย               | ศึกษานิเทศก์เชี่ยวชาญ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารุงเทพมหานคร เขต 1<br>ช่วยราชการสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 2. นางสาวพรพรรณ อินทรประเสริฐ       | ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดเฉลิมพระเกียรติ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานนทบุรี เขต 1                                    |
| 3. นายปฏิล เปรมปรีดี                | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเพชรบุรี เขต 1                                               |
| 4. นายเฉลิมพล เสงฆ์พันธ์            | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาชุมพร เขต 1                                                  |
| 5. ว่าที่พันตรีไพโรจน์ เอมวัฒน์     | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสงขลา เขต 2                                                  |
| 6. นายช่อฉัตร ไชยสมนึก              | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเพชรบุรี เขต 2                                               |
| 7. นายบรรทัด วรกิจพิเศษ             | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนคร เขต 1                                                 |
| 8. นายจิรวุฒิ รักพ่วง               | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดาก เขต 1                                                    |
| 9. นายอุดม แคนระโทก                 | โรงเรียนสุนทรวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 1                                                    |
| 10. ว่าที่ร้อยตรีวัชรสันต์ อินธิสาร | โรงเรียนสายปัญญา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารุงเทพมหานคร เขต 1                                                    |

- |                                  |                                                                         |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 11. นายทองใบ นิกอุนจิตร          | โรงเรียนบ้านน้ำผึ้ง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษายุทธดิตถ์ เขต 1        |
| 12. นางมะลิ วสียงกูร             | โรงเรียนวัดพลับพลายชัย<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 |
| 13. นางบุษรา อ่อนคง              | โรงเรียนอนุบาลขอนแก่น<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากองขอนแก่น เขต 1     |
| 14. นางวาริ นิยมธรรม             | โรงเรียนอนุบาลศรีวัฒนาวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยอง เขต 2    |
| 15. นายอานภาพ บุญชัย             | โรงเรียนอนุบาลสกลนคร<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนคร เขต 1          |
| 16. นางนิจวดี เจริญเกียรติบวร    | นักวิชาการศึกษำำนานุกรพิเศษ<br>สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา         |
| 17. นางสาวรณัฐ รุ่งเรืองเจริญกุล | นักวิชาการศึกษำำนานุกร<br>สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา              |
| 18. นางสาวมาลี กิตติอุดมเดช      | นักวิชาการศึกษำำนานุกร<br>สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา              |
| 19. นายลออ เพิ่มสมบัติ           | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |
| 20. นางรัชนี นาคนคร              | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |
| 21. นายคธาธร งามมุง              | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |
| 22. นายประดิษฐ์ เดชบุญ           | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |
| 23. นางนราวัลย์ กาญจนะประโชติ    | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |
| 24. นางสาวพิไลลักษณ์ จำเมือง     | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                        |

#### ปก/รูปเล่ม/ภาพประกอบ

- |                       |                                                                             |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1. นายประมุข ปุณฺสีริ | รองผู้อำนวยการโรงเรียนวัดแสนตอ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาญจนบุรี เขต 2 |
| 2. นายดุสิต จันท์ศรี  | ศึกษานิเทศก์เชี่ยวชาญ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยอง เขต 1              |
| 3. นายทน เสดกั้น      | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ                                            |



### บันทึกอักษร

1. นางสาวสายพิน สุณีย์จัน
2. นายยุทธจักร สุโสภา

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

### เลขานุการ

1. นายปราโมทย์ ขจรภัย
2. นางนิจวดี เจริญเกียรติบวร
3. นางสาววรรณุช รุ่งเรืองเจริญกุล

ศึกษานิเทศก์เชี่ยวชาญ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามหาสารคาม เขต 1

ช่วยราชการสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

นักวิชาการศึกษาชำนาญการพิเศษ

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา

นักวิชาการศึกษาชำนาญการ

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา









**“ ยุทธวิธีช่วยคิด  
คณิตศาสตร์ ”**

**โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล  
ณัฐมรริษาและพัฒนากองการแห่งการเรียนรู้**

เอกสาร สบค. ที่ 14/2552